

УДК 537.624
УКПП
№ держреєстрації 0119U100772
Інв. №

Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет
(СумДУ)

40007, м. Суми, вул. Римського-Корсакова, 2;
тел. (0542) 33 41 08, факс (0542) 33 40 49

ЗАТВЕРДЖУЮ
Проректор з наукової роботи
д-р фіз.-мат. наук, проф.
_____ А. М. Чорноус

ЗВІТ
ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ
СПРЯМОВАНИЙ ТРАНСПОРТ ТА ДИСИПАЦІЯ ЕНЕРГІЇ В
СИСТЕМАХ ФЕРОМАГНІТНИХ НАНОЧАСТИНОК І
МАГНІТНИХ СКІРМІОНІВ
(проміжний)

Керівник НДР
д-р фіз.-мат. наук, проф.

С. І. Денисов

(25.12.2019)

2019

Рукопис завершено 25 грудня 2019 р.

Результати роботи розглянуті на засідання наукової ради СумДУ,
протокол від 26 грудня 2019 р. № 6

СПИСОК АВТОРІВ

Керівник НДР, голов. наук. співроб. д-р фіз.-мат. наук, проф.	25.12.2019	С. І. Денисов (реферат, вступ, розділ 3, висновки)
Старш. наук. співроб. канд. фіз. -мат. наук, доцент	25.12.2019	Т. В. Лютий (реферат, розділи 1, 2)
Мол. наук. співроб.	25.12.2019	Ю. С. Бистрик (підрозділи 1.4 1.2, 2.2)
Старш. наук. співроб. канд. фіз. - мат. наук, доцент	25.12.2019	О. С. Денисова (підрозділи 2.3, 3.1)
Мол. наук. співроб.,	25.12.2019	В. В. Рева (підрозділи 2.4, 3.2)

РЕФЕРАТ

Звіт про НДР: 53 с., 15 рис., 53 джерела.

ФЕРОМАГНІТНА НАНОЧАСТИНКА, МАГНІТНА ТА МЕХАНІЧНА ДИНАМІКА, ПРЕЦЕСІЯ, ПОТУЖНІСТЬ ВТРАТ, ЦИРКУЛЯРНО-ПОЛЯРИЗОВАНЕ ПОЛЕ.

Об'єкт дослідження – спрямований транспорт (дрейф) ФМ наночастинок і магнітних скірміонів, причиною якого є реакція середовища, і енергетичні процеси в них.

Предмет дослідження – умови існування спрямованого транспорту зазначених об'єктів та залежність швидкості їх дрейфу і потужності втрат енергії від величини числа Рейнольдса, характеристик зовнішнього магнітного поля, ступеню спінової поляризації струму, дипольної взаємодії, величини поля магнітної анізотропії, дефектної структури плівки, температури та інших параметрів.

Мета дослідження – визначення оптимальних параметрів відгуку періодично збуджених систем феромагнітних наночастинок.

Методи дослідження – методи мікромагнетизму, математичної фізики, чисельні методи.

НДР спрямована на поглибленому дослідженні вимушеної динаміки феромагнітної однодоменної одновісної наночастинок, розміщеної у в'язкій рідині та збіджованої зовнішнім обертовим магнітним полем. На основі розроблених аналітичних та чисельних інструментів ми аналізуємо з єдиних позицій синхронне та асинхронне обертання наночастинок чи / та її намагніченості у наступних трьох випадках. Для початку ми вивчаємо особливості внутрішньої магнітної динаміки, коли наночастинокак ціле є зафіксованою. Потім ми вивчаємо обертання всієї наночастинок, коли її намагніченість прикріплена до кристалічної решітки. І, нарешті, ми проводимо аналіз зв'язаного руху, коли внутрішня магнітна динаміка виконується всередині наночастинок, що обертається сама. У всіх цих випадках ми аналітично описуємо однорідний режим або синхронне обертання разом із зовнішнім полем, тоді як неоднорідний режим або асинхронне обертання досліджується чисельно.

Результати НДР можуть бути використані для підбору оптимальних параметрів у методі магнітної гіпертермії для терапії онко-захворювань, оскільки дозволяють встановити межі швидкості нагріву та здійснити вибір параметрів системи для оптимізації терапії.

ЗМІСТ

ВСТУП	5
1 МОДЕЛЬ ТА ОСНОВНІ РІВНЯННЯ	7
1.1 Внутрішня магнітна динаміка	9
1.2 Рух наночастинки як цілого	10
1.3 Зв'язана динаміка магнітного моменту і наночастинки як цілого .	10
2 КУТОВІ ТРАЄКТОРІЇ ТА ДИСИПАЦІЯ ЕНЕРГІЇ	13
2.1 Внутрішня магнітна динаміка	13
2.2 Рух наночастинки як цілого	16
2.3 Зв'язана динаміка наночастинки, зваженої в рідині, та її магнітного моменту	17
2.4 Режими прецесійного руху для наночастинки зі скінченною анізотропією.....	21
3 ІНДУКОВАНЕ ДИСИПАЦІЄЮ ОБЕРТАННЯ	29
3.1 Основні рівняння для зв'язаної магнітомеханічної динаміки	29
3.2 Прецесія магнітноізотропних наночастинок	31
3.2.1 Прецесія намагнічування	32
3.2.2 Аналіз стійкості прецесії намагніченості.....	35
3.2.3 Прецесія частинок	37
3.2.4 Чисельні результати	39
ВИСНОВКИ	44
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ	47

ВСТУП

Феромагнітні однодоменні наночастинки є об'єктом інтенсивного дослідження, головним чином завдяки їх високому потенціалу для різних застосувань. Серед них найбільш перспективними є біомедичні застосування, такі як магнітна візуалізація частинок [1,2], доставка ліків [3, 4], гіпертермія магнітної рідини [5,6] та сепарація клітин і макромолекул [7–9]. Розробка методів отримання феромагнітних наночастинок із заданими властивостями є одним з ключових факторів реалізації цих та інших застосувань. На сьогоднішній день ряд таких методів вже запропоновано та продемонстровано (див., наприклад, [10–12] та посилання в них). Ще одним ключовим фактором є розробка теоретичних підходів, спрямованих на більш повний опис магнітних властивостей феромагнітних частинок у в'язких рідинах, підданих зовнішнім магнітним полям.

Ці системи часто вивчаються в рамках моделі жорсткого диполя, коли передбачається, що намагніченість частинок спрямована вздовж легких осей частинок. Це наближення, яке виконується у випадку досить великого магнітного поля анізотропії, було використано для вивчення, наприклад, ефектів обертання частинок, дипольної взаємодії та теплових коливань [13–17]. Згадане наближення було також використано для аналітичного опису спрямованого транспорту зважених феромагнітних наночастинок, індукованих силою Магнуса [18–20].

Однак якщо магнітне поле анізотропії не сильно перевищує зовнішнє поле, то модель зважених частинок із 'замороженою' намагніченістю (тобто, модель жорсткого диполя) не дає належних результатів. У цьому випадку необхідно розглянути зв'язане обертання намагніченості частинок і частинок як цілих. Один з найбільш простих та ефективних методів визначення властивостей таких систем базується на концепції часу релаксації (див., наприклад, роботу [21]).

У той же час динамічний підхід, заснований як на детерміністичних, так і на стохастичних рівняннях руху частинки та її намагніченості, забезпечує набагато більш повний опис властивостей системи. Хоча ці рівняння були виведені багато років тому [22], лише нещодавно вони були відтворені та застосовані для вивчення зв'язку між магнітною та обертальною динамікою зважених частинок та ефектами при гіпертермії

магнітної рідини [23–28].

У роботі ми використовуємо динамічний підхід, щоб отримати два основні результати для магнітоізотропних (тобто без магнітокристалічної анізотропії) феромагнітних наночастинок у в'язкій рідині. По-перше, існує динамічний зв'язок між магнітною та решітковою підсистемами в таких частинках, що виникає внаслідок магнітного розсіювання. По-друге, завдяки цьому зв'язку обертове магнітне поле індукує прецесійне обертання цих частинок. Ми сподіваємось, що ці досить цікаві результати стимулюватимуть експериментальні дослідження в цій галузі.

Результати НДР опубліковані у роботах [28–30].

1 МОДЕЛЬ ТА ОСНОВНІ РІВНЯННЯ

Ми розглядаємо однорідну сферичну однодоменну феромагнітну наночастинку радіусом R_p , намагніченістю \mathbf{M} ($|\mathbf{M}| = M = \text{const}$), та з густиною ρ . Ця частинка здійснює сферичний рух (або рух навколо фіксованого центра маси) вісно рідини в'язкості η . Далі, припускаємо, що наночастинка знаходиться під дією циркулярно-поляризованого зовнішнього магнітного поля

$$\mathbf{H}(t) = \mathbf{e}_x H \cos(\Omega t) + \mathbf{e}_y \rho H \sin(\Omega t), \quad (1.1)$$

де \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y , \mathbf{e}_z є одиничними векторами декартової системи координат, H – амплітуда поля, Ω – частота поля t час, та ρ фактор, що визначає напрямок поляризації ($\rho = \pm 1$).

Магнітна енергія наночастинки задається виразом

$$W = -\frac{H_a V}{2M} (\mathbf{M} \cdot \mathbf{n})^2 - V \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}(t) - V H_z \mathbf{M} \cdot \mathbf{e}_z, \quad (1.2)$$

де H_a – величина одноосьової магнітної анізотропії, \mathbf{n} – одиничний вектор, що визначає напрямок осі анізотропії, H_z – величина додаткового постійного поля вздовж вісі z . Враховуючи дію на намагніченість наночастинки її кристалічної решітки, ефективно магнітне поле, що діє на неї, можна записати як

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = -V^{-1} \frac{\partial W}{\partial \mathbf{M}} = H_a M^{-1} (\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} + \mathbf{H}(t) + \mathbf{e}_z H_z. \quad (1.3)$$

Рух наночастинки супроводжується розсіюванням її енергії W , що перетворюється у теплоту. У відповідності до [31], втрати потужності визначаються як $Q = \lim_{\tau \rightarrow \infty} (1/\tau) \int_0^\tau dt q$, де $q = -\dot{W}$ – це миттєві втрати потужності, τ – час спостереження, а крапка угорі позначає похідну за часом. За рівняння (1.2) можна записати питомі втрати потужності як $q = V \mathbf{H}_{\text{eff}} \cdot \dot{\mathbf{M}}$. Тоді в безрозмірному вигляді втрати потужності мають вигляд $\tilde{Q} = Q / (H_a V M \Omega_0)$ (Ω_0 є деяка характерна частота, яка

визначається в рамках модельного підходу, що застосовується)

$$\tilde{Q} = \lim_{\tilde{\tau} \rightarrow \infty} \frac{1}{\tilde{\tau}} \int_0^{\tilde{\tau}} d\tilde{t} \mathbf{h}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{m}. \quad (1.4)$$

Тут, $\mathbf{h}_{\text{eff}} = \mathbf{H}_{\text{eff}}/H_a$ – безрозмірне ефективне поле, $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M$ – одиничний вектор, який представляє напрям намагніченості наночастинок, $\tilde{t} = \Omega_0 t$ – безрозмірний час, $\tilde{\tau} = \Omega_0 \tau$ – безрозмірна величина загального часу спостереження. Важливо відзначити, що рівняння (1.4) підходить як для подальшої аналітичного, так і для чисельного вивчення проблеми розсіювання енергії.

Як зазначено вище, для аналітичного опису існує три підходи до динаміки наночастинок: 1) сама наночастинка вважається фіксованою, і магнітний момент може обертатися навколо її вісі анізотропії; 2) магнітний момент фіксується всередині наночастинок, що в'язко пов'язана із зовнішнім рідким середовищем 3) як тіло наночастинок, так і її магнітний момент виконують обертання одночасно. Всі ці підходи будуть детально досліджені.

Але спочатку нагадаємо коротко обґрунтування детерміністичного наближення, наведене в [?], для випадку, коли дією термостата нехтують. В оцінці використовуються два параметри: співвідношення між магнітною енергією та тепловою енергією та співвідношення між періодом поля та характерними часами релаксації Брауна та Неєля. Якщо магнітна енергія істотно перевищує теплову, то флуктуації можуть лише незначним чином розмити детерміністичні траєкторії. Тому вплив термостату в цьому випадку можна вважати незначним. З іншої сторони, коли період поля значно більший за час релаксації, то великі відхилення можуть відбуватися лише один раз на сотні або тисячі польових періодів. Тому ймовірність істотного коливання за один період поля буде вкрай незначною і, знову, це є підставою для нехтування тепловими флуктуаціями. Ці дві умови можуть бути абсолютно реалістичним для реальних магнітних наночастинок радіусом ~ 20 нм.

1.1 Внутрішня магнітна динаміка

У разі високих частот, достатньо великих частинок та / або значній в'язкості рідини-носія, а, також, не надто великій анізотропії, рух наночастинки як цілого незначний. Тут слід розглядати лише динаміку магнітного моменту. Для цих цілей може бути використане відоме рівняння Ландау-Ліфшица-Гілберта

$$\dot{\mathbf{M}} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \alpha M^{-1} \mathbf{M} \times \dot{\mathbf{M}}. \quad (1.5)$$

Де, $\gamma (> 0)$ гіромагнітне відношення, $\alpha (> 0)$ безрозмірний параметр загасання.

У безрозмірній формі, рівняння (1.5) можна переписати як

$$\dot{\mathbf{m}} = -\Omega_r \mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}} + \alpha \mathbf{m} \times \dot{\mathbf{m}}. \quad (1.6)$$

Використовуючи рекурсивну підстановку та враховуючи властивості векторного добутку, легко показати що рівняння (1.6) є еквівалентним

$$(1 + \alpha^2) \dot{\mathbf{m}} = -\Omega_r \mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}} - \alpha \Omega_r \mathbf{m} \times \mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}}, \quad (1.7)$$

яке є багато зручнішим для чисельного аналізу. Після стандартних перетворень та розрахунків рівняння (1.1) можна перетворити на набір скалярних рівнянь відносно полярного ϑ і азимутального φ кутів вектора \mathbf{m}

$$\begin{aligned} (1 + \alpha^2) \Omega_r^{-1} \dot{\vartheta} &= \alpha h \cos \vartheta f + h f_\varphi - \alpha \sin \vartheta (\cos \vartheta + h_z), \\ (1 + \alpha^2) \Omega_r^{-1} \dot{\varphi} &= \alpha h \csc \vartheta f_\varphi - h \cot \vartheta f + \cos \vartheta + h_z, \end{aligned} \quad (1.8)$$

де $h = H/H_a$, $h_z = H_z/H_a$,

$$f = \cos \varphi \cos(\Omega t) + \varrho \sin \varphi \sin(\Omega t), \quad (1.9)$$

і $f_\varphi = \partial f / \partial \varphi$.

1.2 Рух наночастинки як цілого

У разі сильної анізотропії або слабкого зв'язку з навколишнім середовищем внутрішня магнітна динаміка може бути незначною. Тоді динаміка наночастинок описується моделлю жорсткого диполя, коли намагніченість розглядається як закріплена на осі анізотропії. Ця модель представлена в роботі [32] і успішно використовується до цих пір. Основна особливість аналітичного опису – наявність двох векторних рівнянь. Перше рівняння, власне, є умовою обертання абсолютно жорсткого тіла, а друге – де факто, є другим законом Ньютона для обертального руху

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{n}} &= \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{n}, \\ J\dot{\boldsymbol{\omega}} &= VM\mathbf{n} \times \mathbf{H} - 6\eta V\boldsymbol{\omega}.\end{aligned}\quad (1.10)$$

Тут $\boldsymbol{\omega}$ – кутова швидкість наночастинок, $J(= 8\pi\rho R_p^5/15)$ – момент інерції наночастинки, V – об'єм наночастинки, і крапки над символами являють собою похідні за часом. Коли розмір частинки досить малий, її моментом інерції можна знехтувати. Тоді рівняння (1.10) набуває більш простої форми

$$\dot{\mathbf{n}} = -\Omega_{cr}\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{h}), \quad (1.11)$$

Тут $\Omega_{cr} = MH_a/(6\eta)$ характерна частота рівномірного механічного обертання. Після стандартних перетворень та розрахунків з рівняння (1.1) можна отримати множину скалярних рівнянь відносно полярного θ і азимутального ϕ кутів вектора \mathbf{n} у вигляді

$$\begin{aligned}\Omega_{cr}^{-1}\dot{\theta} &= h \cos \theta \cos(\varrho\Omega t - \phi) - h_z \sin \theta, \\ \Omega_{cr}^{-1}\dot{\phi} &= h \csc \theta \sin(\varrho\Omega t - \phi).\end{aligned}\quad (1.12)$$

1.3 Зв'язана динаміка магнітного моменту і наночастинки як цілого

Як детально показано у роботі [24], пов'язані магнітна динаміка та механічний рух не можуть бути описані простою суперпозицією цих двох типів руху через значні зміни у основних рівняннях. Зрештою, було

показано, що зв'язана динаміка підкоряється наступній парі рівнянь:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{n}} &= \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{n}, \\ J\dot{\boldsymbol{\omega}} &= \gamma^{-1}V\dot{\mathbf{M}} + V\mathbf{M} \times \mathbf{H} - 6\eta V\boldsymbol{\omega},\end{aligned}\quad (1.13)$$

$$\dot{\mathbf{M}} = -\gamma\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \alpha M^{-1} \left(\mathbf{M} \times \dot{\mathbf{M}} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{M} \right). \quad (1.14)$$

Якщо, як і раніше, знехтувати інерційним доданком, рівняння (1.13) можна перетворити на більш зручний аналог. Далі, шляхом перетворень рівнянь для внутрішньої магнітної динаміки (1.14) з метою розділення доданків, що містять похідні за часом, отримуємо

$$\begin{aligned}\Omega_{cr}^{-1} \dot{\mathbf{n}} &= \dot{\mathbf{m}} \times \mathbf{n} / \Omega_r + (\mathbf{m} \times \mathbf{h}) \times \mathbf{n}, \\ (1 + \alpha_1^2) \Omega_{r1}^{-1} \dot{\mathbf{m}} &= -\mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}}^1 - \alpha_1 \mathbf{m} \times \mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}}^1,\end{aligned}\quad (1.15)$$

Тут $\beta = \alpha M / 6\gamma\eta$, $\Omega_{r1} = \Omega_r / (1 + \beta)$, $\alpha_1 = \alpha / (1 + \beta)$,

$$\mathbf{h}_{\text{eff}}^1 = (\mathbf{e}_x h \cos \Omega t + \mathbf{e}_y \rho h \sin \Omega t) (1 + \beta) + (\mathbf{m}\mathbf{n}) \mathbf{n}. \quad (1.16)$$

Після стандартних перетворень та розрахунків з рівнянням (1.1), ми можемо написати набір скалярних рівнянь відносно полярного θ і азимутальним ϕ кутами вектора \mathbf{n} , а також відносно полярного ϑ і азимутального φ кутів вектора \mathbf{m}

$$\begin{aligned}(1 + \alpha_1^2) \Omega_{r1}^{-1} \dot{\vartheta} &= f_1 + \alpha_1 f_2, \\ (1 + \alpha_1^2) \Omega_{r1}^{-1} \dot{\varphi} &= \csc \vartheta (\alpha_1 f_1 - f_2), \\ \Omega_{r1}^{-1} \dot{\theta} &= \beta \alpha^{-1} (\omega_y \cos \phi - \omega_x \sin \phi), \\ \Omega_{r1}^{-1} \dot{\phi} &= \beta \alpha^{-1} [\omega_z - \cot \theta (\omega_y \sin \phi \\ &\quad + \omega_x \cos \phi)],\end{aligned}\quad (1.17)$$

Тут

$$\begin{aligned}
f_1 &= [h(1 + \beta) \sin(\varrho\Omega t - \phi) - F \sin \theta \sin(\varphi - \phi)], \\
f_2 &= \cos \vartheta [h(1 + \beta) \cos(\varrho\Omega t - \phi) \\
&\quad + F \sin \theta \cos(\varphi - \phi)] - \sin \vartheta [(1 + \beta)h_z \\
&\quad + F \cos \theta], \\
F &= \cos \theta \cos \vartheta + \cos(\varphi - \phi) \sin \theta \sin \vartheta (= \mathbf{mn}) \\
\omega_x &= \dot{\vartheta} \cos \vartheta \cos \varphi + \dot{\varphi} \sin \vartheta \sin \varphi \\
&\quad - (1 + \beta) [h_z \sin \vartheta \sin \varphi + h \cos \vartheta \cos(\Omega t)], \\
\omega_y &= \dot{\vartheta} \cos \vartheta \sin \varphi + \dot{\varphi} \sin \vartheta \cos \varphi \\
&\quad - (1 + \beta) [h_z \sin \vartheta \cos \varphi + h \cos \vartheta \sin(\varrho\Omega t)], \\
\omega_z &= (1 + \beta)h \sin(\varrho\Omega t - \varphi) \sin \vartheta - \dot{\vartheta} \sin \vartheta.
\end{aligned} \tag{1.18}$$

Ми хочемо тут підкреслити, що система рівняння (1.17) разом із позначеннями рівняння (1.18) підходять для подальшої чисельної обробки.

Таким чином, модельні рівняння, отримані вище, дозволяють провести дослідження прецесійного руху наночастинки, індукованого зовнішнім циркулярно-поляризованим полем. Ми використовуємо підхід, який нехтує температурними коливаннями, обґрунтованість якого обговорюється в [?, 31]. Вимушений стохастичний рух у спрощених випадках жорстко фіксованої наночастинки і моделі жорсткого диполя розглядалась в роботах [33, 34] і [16, 17] відповідно. Стохастичний рух у випадку зв'язаної магнітної динаміки та механічного обертання ще не вивчений повністю. Деякі питання обговорюються в [25, 35].

2 КУТОВІ ТРАЄКТОРІЇ ТА ДИСИПАЦІЯ ЕНЕРГІЇ

2.1 Внутрішня магнітна динаміка

Якщо частинка вважається нерухомою, існує два режими стабільної динаміки магнітного моменту \mathbf{m} під дією зовнішнього поля типу (1.1) [36–38]. Перший режим є рівномірне обертання або однорідна прецесія, яке виконується синхронно із зовнішнім полем. Другий - неоднорідне обертання, коли період магнітного моменту \mathbf{m} не співпадає з періодом поля $\mathbf{H}(t)$. З аналітичної точки зору, режим однорідної прецесії характеризується постійною прецесією та кутами відставання, ϑ_1 and φ_1 , де $\varphi_1 = \varphi - \varrho\Omega t$. Як випливає з рівнянь (1.8), кут прецесії задовольняє рівнянню [39]

$$h^2 = \frac{1 - \cos^2 \vartheta_1}{\cos^2 \vartheta_1} \left[\left(\cos \vartheta_1 + h_z - \frac{\varrho\tilde{\Omega}}{1 + \alpha^2} \right)^2 + \left(\frac{\alpha\tilde{\Omega} \cos \vartheta_1}{1 + \alpha^2} \right)^2 \right], \quad (2.1)$$

а кут відставання пов'язаний з кутом прецесії як

$$\sin \varphi_1 = -\varrho \frac{\alpha\tilde{\Omega}}{h(1 + \alpha^2)} \sin \vartheta_1. \quad (2.2)$$

Тут використано такі позначення $\Omega_0 = \Omega_r$, $\tilde{\Omega} = \Omega/\Omega_r$. Після інтегрування частинами рівняння (1.4), ми отримуємо загальний вираз для безрозмірних втрат потужності у випадку однорідного або періодичного режиму

$$\tilde{Q} = \alpha \frac{\tilde{\Omega}^2}{(1 + \alpha^2)^2} \sin^2 \vartheta_1. \quad (2.3)$$

У неоднорідному режимі полярний кут ϑ вектора \mathbf{m} періодично змінюється в часі з періодом, який не збігається з періодом поля. Подібні коливання демонструються також азимутальним кутом φ разом з лінійним зростанням у часі. Ця динаміка супроводжується втратами потужності, які можна досліджувати лише чисельним способом. Різнична схема для

чисельного обчислення втрат потужності тут записується як

$$\begin{aligned} \tilde{Q} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N & \left[h_{xi} (\cos \vartheta_i \cos \varphi_i \Delta \vartheta_i - \sin \vartheta_i \sin \varphi_i \Delta \phi_i) \right. \\ & + h_{yi} (\cos \vartheta_i \sin \varphi_i \Delta \theta_i + \sin \vartheta_i \cos \varphi_i \Delta \varphi_i) \\ & \left. - h_{zi} \sin \vartheta_i \Delta \vartheta_i \right], \end{aligned} \quad (2.4)$$

де $N = \tilde{\tau} / \Delta \tilde{t}$ ($\tilde{\tau} = \tau \Omega_r$, і в нашому випадку приймається рівним 10^5 в процесі моделювання) – кількість часових кроків на один період зовнішнього поля, $\Delta \tilde{t} (\ll 1/\tilde{\Omega})$ – значення кроку часу в процедурі чисельного розрахунку, $\vartheta_i = \vartheta(\tilde{t}_i)$, $\varphi_i = \varphi(\tilde{t}_i)$, $\Delta \vartheta_i = \frac{\partial \vartheta(\tilde{t}_i)}{\partial \tilde{t}} \Delta \tilde{t}$, $\Delta \varphi_i = \frac{\partial \varphi(\tilde{t}_i)}{\partial \tilde{t}} \Delta \tilde{t}$, $h_{xi} = h \cos(\varrho \tilde{\Omega} \tilde{t}_i)$, $h_{yi} = h \sin(\varrho \tilde{\Omega} \tilde{t}_i)$, $h_{zi} = h_z + \cos \vartheta_i$.

Результати серії моделювання проілюстровані на рисунку 2.1. Для рівномірного режиму ці результати чудово узгоджуються з результатами, отриманими від рівняння (2.3). Різкі зміни величини \tilde{Q} пов'язані зі змінами режимів прецесії, про які докладно йдеться в роботах [31, 37, 38]. Коли амплітуда поля вважається постійною, найскладніший випадок, що відповідає частотам біля резонансної, реалізується наступним чином (див. криві для значень $h = 0.21$ and $h = 0.35$). Для початку втрати потужності збільшуються зі збільшенням частоти поля в рівномірному режимі, див. злами кривих з трикутними маркерами. Потім різке збільшення \tilde{Q} викликається переорієнтацією або переходом у стан "вниз", див. злами кривих круглими маркерами. Після цього починає формуватися неоднорідний режим, про що свідчить різкий стрибок залежності $\tilde{Q}(\tilde{\Omega})$, див. маркери у вигляді зірок. Тут важливо, що умова $\vartheta < \pi/2$ виконується майже завжди. З точки зору мінімізації енергії, цей режим генерується для того, щоб зменшити втрати потужності, що зрозуміло з рисунка. Нарешті, подальше різке збільшення \tilde{Q} є наслідком переходу знову у однорідний режим див. злами кривих з квадратними маркерами.

Тут ми хочемо звернути вашу увагу на наступні моменти. По-перше, згадане перемикання відбувається тоді, коли стаціонарний розв'язок рівняння (1.8) стає нестабільним. Це суто динамічне явище широко досліджене та описане раніше, див., наприклад, [36–38, 40]. Також це явище було підтверджено в реальних експериментах, див., наприклад,

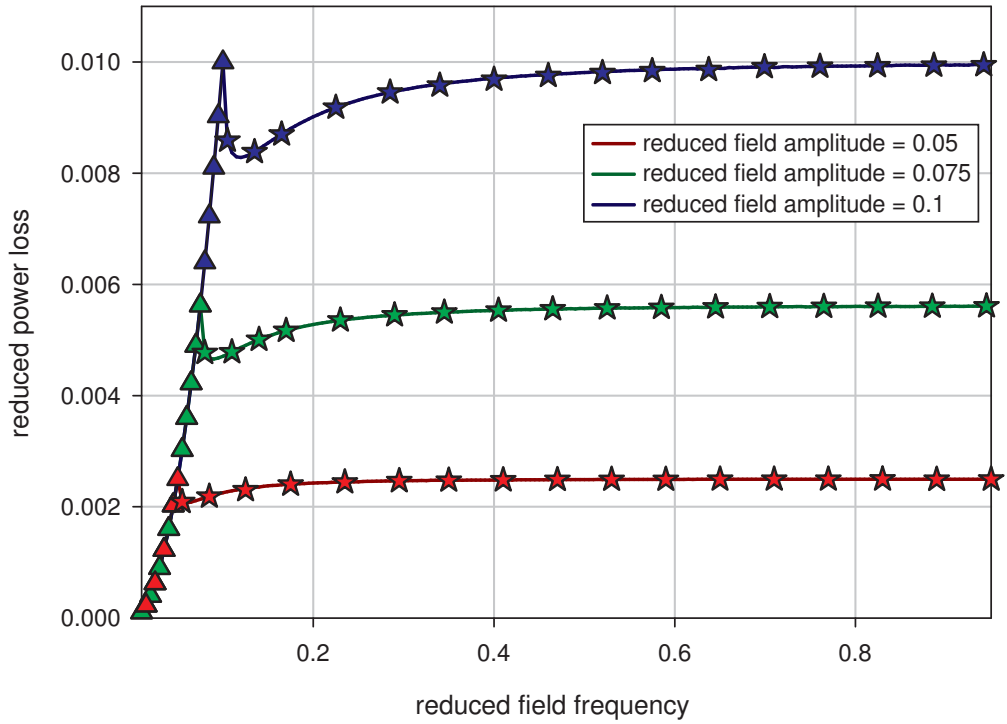


Рисунок 2.1 – Модель нерухомої наночастинки: найбільш типові залежності втрати потужності від частот поля для різних амплітуд поля. Значення системних параметрів такі: $\alpha = 0.1$, $\varrho = +1$, $h_z = 0$. Трикутні маркери позначають однорідну прецесію у верхньому стані; кругові маркери позначають рівномірну прецесію після переходу намагніченості у нижньому стані; маркери-зірки позначають неоднорідну прецесію; квадратні маркери позначають знову однорідну прецесію у нижньому стані.

[41]. В інших модельних випадках, особливо у випадку зв'язаного руху наночастинки з кінцевою анізотропією, такий ефект також повинен мати місце. По-друге, теплові коливання можуть змінювати поведінку магнітного моменту. Але, як було показано в дослідженні середнього часу досягнення випадковим процесом заданого рівня [34], якісна різниця, викликана різними режимами прецесії, може залишатися в стохастичній динаміці вектора \mathbf{m} .

2.2 Рух наночастинки як цілого

Якщо магнітний момент наночастинок зафіксований всередині, також можна реалізувати рівномірний і неоднорідний режими прецесії. Перший з них - природний розв'язок рівняння (1.12). Цей режим характеризується постійним кутом відставання $\phi_1 = \phi - \rho\Omega t$ і постійним кутом конусу прецесії θ_1 . Підстановкою даного розв'язку у рівняння (1.12), ми знаходимо систему алгебраїчних рівнянь для обчислення ϕ_1 and θ_1

$$\begin{aligned}\cos\theta_1 h \cos\phi_1 &= h_z \sin\theta_1, \\ \tilde{\Omega} \sin\theta_1 &= h \sin\phi_1.\end{aligned}\tag{2.5}$$

Тут, $\Omega_0 = \Omega_{cr}$ and $\tilde{\Omega} = \Omega/\Omega_{cr}$. Середнє значення втрат потужності в цьому випадку легко знайти. Прості розрахунки з використанням рівнянь (2.5) та (1.4) дають

$$\tilde{Q} = \tilde{\Omega}^2 \sin^2\theta_1.\tag{2.6}$$

Зробимо два зауваження По перше, рівняння (2.6) для малого кута прецесії конус збігається з результатами, отриманими у роботі [42] у лінійному наближенні. По друге, у випадку відсутності постійного поля вздовж вісі z ($h_z = 0$), справедливими є вирази $\theta_1 = \pi/2$, $\sin\phi_1 = \tilde{\Omega}/h$, and $\tilde{Q} = \tilde{\Omega}^2$.

Для опису поведінки втрат потужності у всьому діапазоні параметрів та візуалізації даних тут також вимагається чисельне моделювання. Різнична схема для чисельного обчислення втрат потужності записується

ЯК

$$\begin{aligned} \tilde{Q} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N & \left[h_{xi} (\cos \theta_i \cos \phi_i \Delta \theta_i - \sin \theta_i \sin \phi_i \Delta \phi_i) \right. \\ & + h_{yi} (\cos \theta_i \sin \phi_i \Delta \theta_i + \sin \theta_i \cos \phi_i \Delta \phi_i) \\ & \left. - h_z \sin \theta_i \Delta \theta_i \right], \end{aligned} \quad (2.7)$$

де $N = \tilde{\tau} / \Delta \tilde{t}$ ($\tilde{\tau} = \tau \Omega_{cr}$ вибирається значення 10^5 під час моделювання) – кількість часових кроків на період зовнішнього поля, $\Delta \tilde{t} (\ll 1 / \tilde{\Omega})$ – значення кроку за часом у процедурі чисельного розрахунку, $\theta_i = \theta(\tilde{t}_i)$, $\phi_i = \phi(\tilde{t}_i)$, $\Delta \theta_i = \frac{\partial \theta(\tilde{t}_i)}{\partial \tilde{t}} \Delta \tilde{t}$, $\Delta \phi_i = \frac{\partial \phi(\tilde{t}_i)}{\partial \tilde{t}} \Delta \tilde{t}$, $h_{xi} = h \cos(\varrho \tilde{\Omega} \tilde{t}_i)$, $h_{yi} = h \sin(\varrho \tilde{\Omega} \tilde{t}_i)$.

Як впливає з аналітичних результатів, обговорених вище, коли $h > \tilde{\Omega}$, наночастинка обертається рівномірно, і весь внесок в втрату потужності пов'язані з цим обертанням. Це підтверджується серією моделювань, результати яких показані на рисунку 2.2, дивіться трикутні маркери. В той самий час, коли $h < \tilde{\Omega}$ and $h \sim \tilde{\Omega}$, динаміка стає неоднорідною, дивіться маркери у вигляді зірок. Подібно до попереднього випадку, тут \mathbf{n} виконує обертання одночасно з коливаннями більшого періоду. Оскільки неоднорідна прецесія характеризується меншою миттєвою кутовою швидкістю наночастинки, спостерігається зменшення втрат потужності. Це виражається в вираженому падінні величини $\tilde{Q}(\tilde{\Omega})$ для фіксованої амплітуди h (див. Рис. 2.2). Є дві особливості, які слід підкреслити в цьому плані. По-перше, при зростанні частоти поля середня кутова швидкість прямує до нуля, частота коливань при цьому прямує до частоти поля $\tilde{\Omega}$, а амплітуда коливань прямує до насичених значень, передбачених рівнянням (34) в роботі [27]. По-друге, результуюча втрата потужності в неоднорідному режимі залежить від початкового положення наночастинки.

2.3 Зв'язана динаміка наночастинки, зваженої в рідині, та її магнітного моменту

У випадку сумісної динаміки магнітного моменту наночастинки та її легкої вісі, стаціонарний розв'язок системи рівнянь (1.13), (1.14) може бути

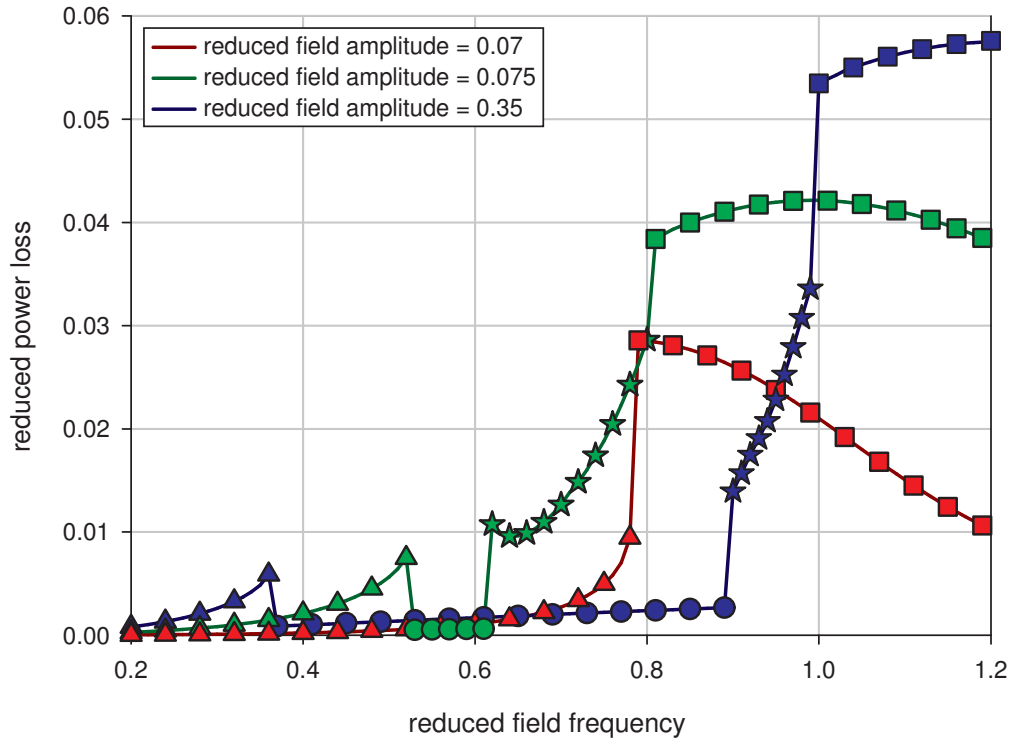


Рисунок 2.2 – Модель нерухомої намагніченості, або жорсткого диполя: найбільш типові залежності втрати потужності від частот поля для різних амплітуд поля. Значення параметрів системи такі: $\eta = 0.05 P$, $\varrho = +1$, $h_z = 0$, початкові умови задаються як $\theta_0 = 0.01$. Трикутні маркери позначають однорідну прецесію; зіркові маркери позначають неоднорідну прецесію.

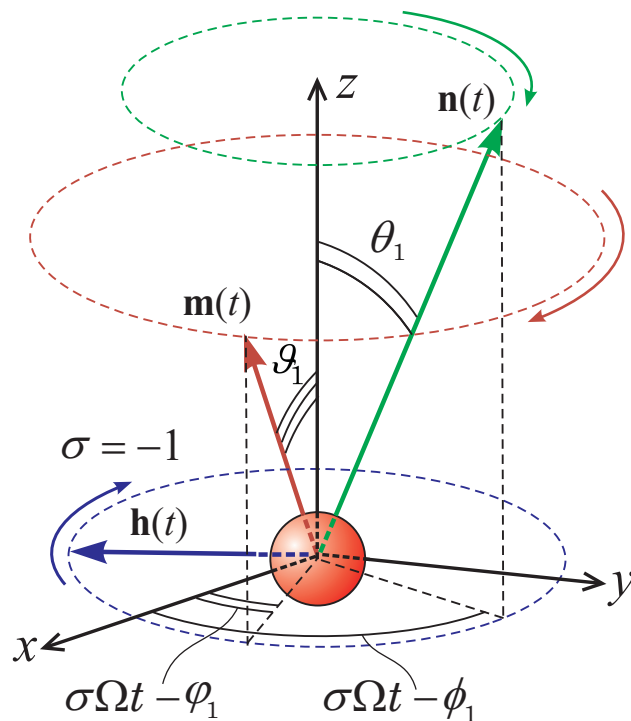


Рисунок 2.3 – Схематичне зображення поведінки векторів \mathbf{n} , \mathbf{m} та систем координат, що використовуються для опису режиму прецесії

отриманий у вигляді $\varphi = \varrho\Omega t - \varphi_1$, $\vartheta = \vartheta_1$, $\phi = \varrho\Omega t - \phi_1$, $\theta = \theta_1$ (див. Рис. 2.3). Щоб знайти невідомі константи φ_1 , ϕ_1 and ϑ_1 , θ_1 , ми використали умову відсутності руху магнітного моменту відносно кристалічної решітки наночастинок

$$\dot{\mathbf{m}} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{m} = 0. \quad (2.8)$$

Після підстановки рівняння (2.8) в друге рівняння системи (1.13) та нехтування моментом інерції, отримуємо

$$0 = \Omega_{cr}(\mathbf{m} \times \mathbf{n})(\mathbf{m}\mathbf{n}) + \boldsymbol{\omega}. \quad (2.9)$$

Потім введемо нову систему координат $x''y''z''$, яка обертається разом із зовнішнім полем, як показано на рисунку 2.3. У цій новій системі кутова швидкість має дуже просту форму

$$\boldsymbol{\omega}'' = (-\varrho\Omega \sin \theta_1, 0, 0). \quad (2.10)$$

оскільки вираз (1.14) не може бути легко представлена в новій координатній системі, нам потрібно записати явну форму всіх векторів в лабораторній системі координат. Для виконання необхідних перетворень

нам слід використовувати матрицю повороту

$$\mathbf{C}^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \cos \Phi_1 & -\sin \Phi_1 & \sin \theta_1 \cos \Phi_1 \\ \cos \theta_1 \sin \Phi_1 & \cos \Phi_1 & \sin \theta_1 \sin \Phi_1 \\ -\sin \theta_1 & 0 & \cos \theta_1 \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

де $\Phi_1 = \varrho\Omega t - \phi_1$. Використаємо такі позначення

$$F_1 = \sin \theta_1 \sin \vartheta_1 \cos(\phi_1 - \varphi_1) + \cos \theta_1 \cos \vartheta_1 \quad (2.12)$$

та замінимо вектори $\boldsymbol{\omega}$, \mathbf{m} і \mathbf{n} в лабораторній системі використовуючи матрицю повороту (2.11). Це дозволяє нам прямо отримати множину алгебраїчних рівнянь

$$\begin{aligned} -\sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 \left(\frac{\varrho\Omega}{\Omega_r} - h_z \right) &= \sin \theta_1 \cos \theta_1 \cos \phi_1 \frac{\varrho\Omega}{\Omega_{cr}}, \\ h \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 &= \sin^2 \theta_1 \frac{\varrho\Omega}{\Omega_{cr}}, \\ F_1 \sin(\vartheta_1 - \theta_1) \sin \varphi_1 &= \sin \vartheta_1 \left(\frac{\varrho\Omega}{\Omega_r} - h_z \right), \\ F_1 \sin \theta_1 \sin(\varphi_1 - \phi_1) &= h \sin \varphi_1. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Пряме інтегрування рівнянь (1.4) з врахуванням подання векторів \mathbf{m} та \mathbf{n} у сферичних координатах

$$\dot{\mathbf{m}} = (-\varrho\Omega \sin \vartheta_1 \sin \Psi_1, \varrho\Omega \sin \vartheta_1 \cos \Psi_1, 0), \quad (2.14)$$

$$\mathbf{n} = (\sin \theta_1 \cos \Phi_1, \sin \theta_1 \sin \Phi_1, \cos \theta_1), \quad (2.15)$$

де $\Psi_1 = \varrho\Omega t - \varphi_1$, отримуємо

$$\tilde{Q} = 2\varrho\tilde{\Omega} \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1. \quad (2.16)$$

Тут, $\tilde{\Omega} = \Omega/\Omega_{r1}$. Важливо відзначити, що рівняння (2.16) аналогічне до рівняння (2.3) коли врахувати вираз (2.2).

Використовуючи співвідношення (1.4) та подання векторів \mathbf{m} and \mathbf{n} у сферичних координатах можна отримати вираз для чисельного обчислення втрат потужності. Це відповідає виразу (2.7) з тією різницею що: $\tilde{\tau} = \tau\Omega_{r1}$

(обрано таким, що дорівнює 10^5 під час моделювання),

$$\begin{aligned} h_{xi} &= h \cos(\varrho \tilde{\Omega} \tilde{t}_i) + F_i \sin \theta_i \cos \phi_i, \\ h_{yi} &= h \sin(\varrho \tilde{\Omega} \tilde{t}_i) + F_i \sin \theta_i \sin \phi_i, \\ h_{zi} &= h_z + F_i \cos \theta_i, \end{aligned} \tag{2.17}$$

$$F_i = F(\tilde{t}_i), \quad \theta_i = \theta(\tilde{t}_i), \quad \phi_i = \phi(\tilde{t}_i).$$

Додатковий ступінь свободи зумовлює більш цікаву та складну поведінку динаміки наночастинок. По-перше, як і в попередніх випадках, формується звичайний неоднорідний режим, який характеризується коливаннями кутів прецесії, або нутаціями. Нагадаємо, що період цих коливань не збігається з періодом поля та не кратний йому. По-друге, як і у випадку нерухомої наночастинок, може відбуватися т.з. перемикання між двома однорідними режимами, що характеризується різними орієнтаціями наночастинок у просторі, або напрямками її магнітного моменту. Більше того, реалізується ще один цікавий режим. Він характеризується іммобілізованою наночастиною, тоді як магнітний момент здійснює коливання: кути ϑ і φ вектора \mathbf{m} змінюються синхронно разом із зовнішнім полем без дрейфу, який може бути виявлений, при цьому кути θ і ϕ вектора \mathbf{n} залишаються практично постійними, з невеликим дрейфом. Такий тип руху досить поширений. Він виникає і в нижньому, і у верхньому положенні наночастинок, і в околі площини поляризації зовнішнього поля. Переходи між обговорюваними типами руху демонструються у стрибках у залежності $\tilde{Q}(\tilde{\Omega})$. Зрештою, робимо висновок, що перемикання між однорідним та неоднорідним режимами супроводжується різким збільшенням втрат потужності. Перемикання між двома однорідними режимами з переорієнтацією наночастинок призводить, щонайменше, до зменшення втрат потужності на один порядок. Найбільш типові залежності $\tilde{Q}(\tilde{\Omega})$ зображені на рисунку 2.4.

2.4 Режими прецесійного руху для наночастинок зі скінченною анізотропією

І кути прецесії, і кути відставання зростають з частотою та амплітудою. Тому однорідна прецесія може стати нестабільною.

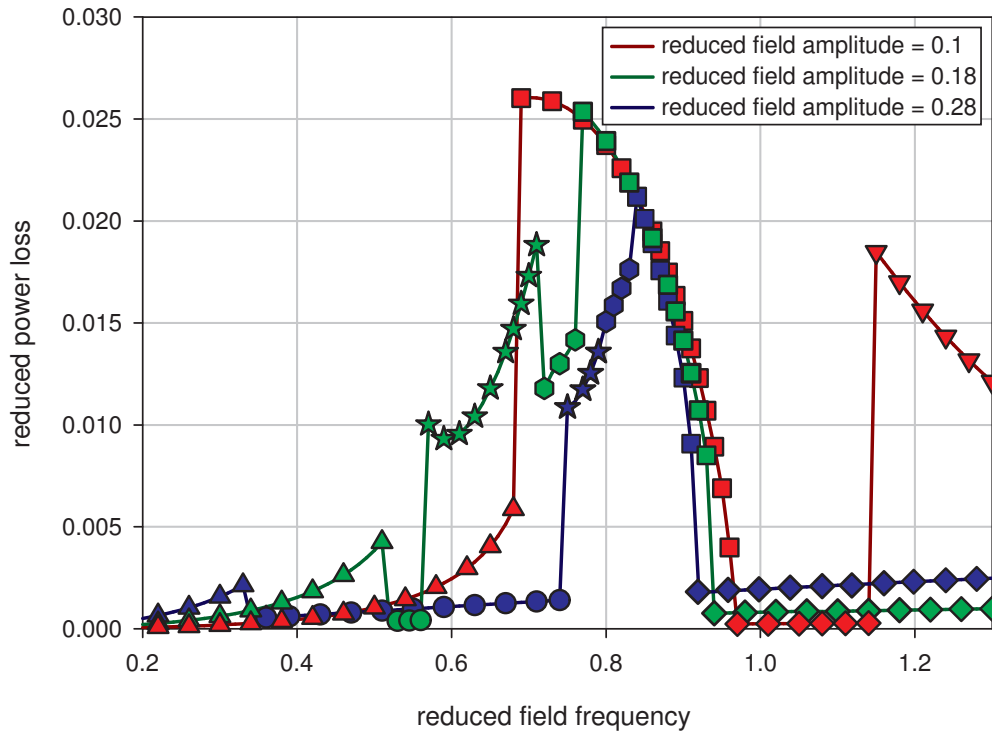


Рисунок 2.4 – Модель наночастинки в рідині зі скінченною анізотропією: найбільш типові залежності втрат потужності від частот поля для різних амплітуд поля. Значення системних параметрів такі: $\alpha = 0.1$, $\eta = 0.006P$, $M = 338G$, $\varrho = +1$, $h_z = 0$. Моделювання у вибраному діапазоні параметрів поля не чутливе до початкових умов. Трикутні маркери позначають однорідну прецесію у верхньому стані; круглі маркери позначають однорідну прецесію після переходу в нижній стан; зіркові маркери позначають неоднорідну прецесію; квадратні, шестикутні та трикутні маркери позначають неоднорідний режим з "імобілізованою" легкою віссю; маркери-діаманти позначають неоднорідний режим з "імобілізованою" легкою віссю.

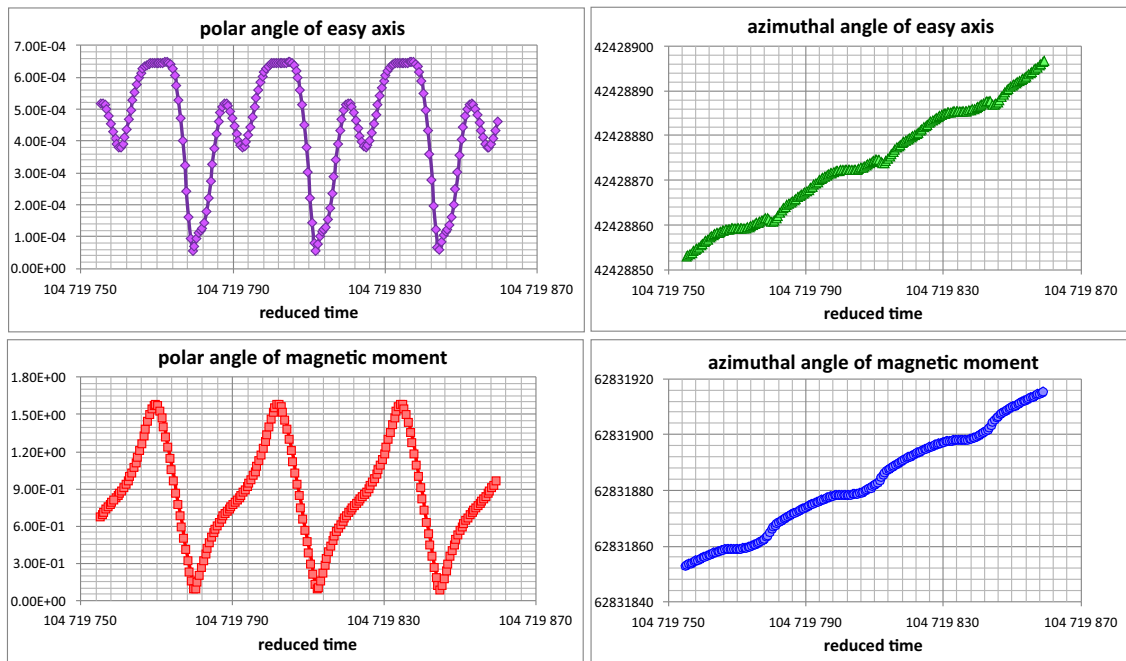


Рисунок 2.5 – Часові еволюції кутових координат наночастинки, збуджуваної обертовим полем виду (1.1) з безрозмірною амплітудою $h = 0.14$ і безрозмірною частотою $\tilde{\Omega} = 0.6$. Частоти обертання для магнітного моменту та легкої осі відрізняються між собою та не є кратними.

Магнітний момент \mathbf{m} намагається наздогнати вектор \mathbf{h} , тому він виходить за межі площини прецесії та виконує коливання, подібні так званім нутаціям. Ці коливання мають досить велику амплітуду, і їх частота не кратна частоті поля. Тобто, коливання відбуваються асинхронно з полем. У випадку фіксованої наночастинки така ж поведінка була описана у роботі [38], умови генерації такого режиму обговорені у роботі [36]. Для випадку жорсткого диполя дані питання вичерпно описані у [43]. Коли ж і легка вісь, і магнітний момент не фіксовані жорстко, такі коливання відбуваються з певними особливостями. По-перше, для реалістичної системи параметри амплітуди коливань легкої осі та середнє значення їх значно менші, ніж для \mathbf{m} . По-друге, як видно з масштабів осі в (див. Рис. 2.5), частота обертання \mathbf{n} менша, ніж для \mathbf{m} . Різні частоти обертання в неоднорідному режимі є цікавим результатом, оскільки для однорідної прецесії це не спостерігається.

З подальшим збільшенням частоти середнє положення вектора \mathbf{n} демонструє дрейф, який може відбуватися по-різному. Природно, що завдяки анізотропії вектор \mathbf{m} також бере участь у дрейфі. Перший сценарій дрейфу є чисто хаотичним, коли і середнє положення, і коливання

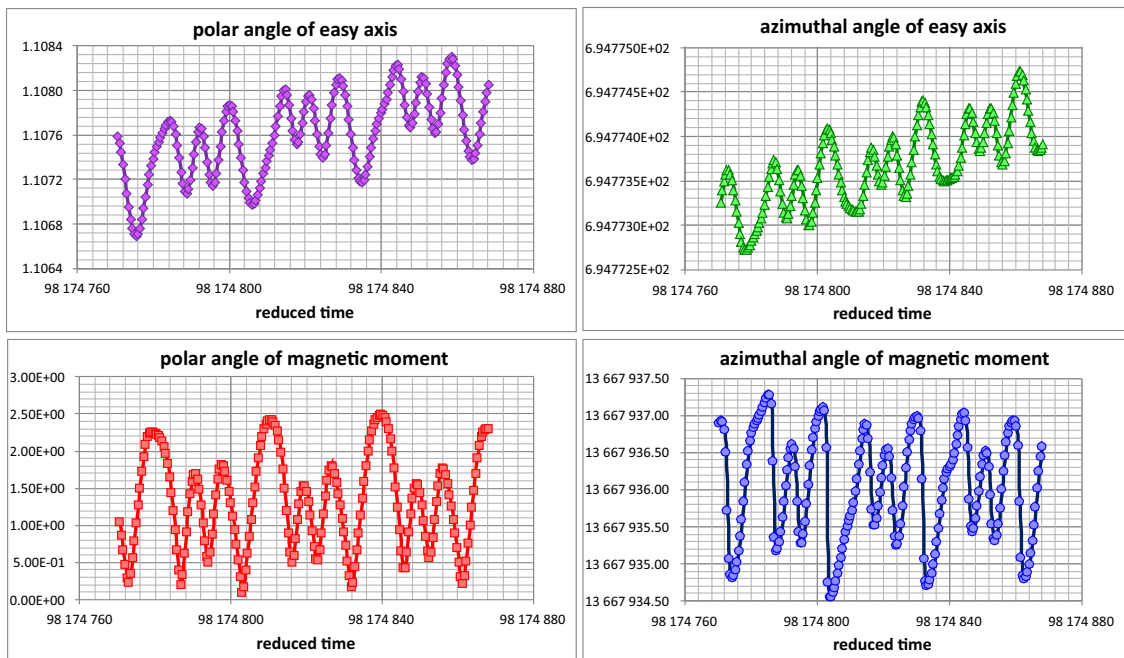


Рисунок 2.6 – Часові еволюції кутових координат наночастинки, збуджуваної обертовим полем виду (1.1) з безрозмірною амплітудою $h = 0.14$ і безрозмірною частотою $\tilde{\Omega} = 0.64$. Цей режим є чисто хаотичним через повільний хаотичний дрейф усередненого положення магнітного моменту і легкої осі та нерегулярних коливань магнітного моменту навколо легкої осі.

навколо середнього положення є нерегулярні. При цьому швидкість дрейфу набагато менша, ніж частота коливань. Цей режим зображений на рисунку (2.6). Тут порушення детерміністичного характеру сценарію особливо виражене для часової еволюції азимутального кута магнітного моменту. Таку хаотичну картину раніше спостерігали у чисельних дослідженнях для фіксованої наночастинки та внутрішньої магнітної динаміки [44–46].

Для більших частот відбувається трансформація типу руху. Тут тренди векторів \mathbf{m} і \mathbf{n} залишаються хаотичними, але коливання стають практично регулярними, а їх частоти збігаються з частотою поля, див. Рис. 2.7 Масштаб графіків рисунка не дає бачити, що дрейф середніх положень векторів \mathbf{m} і \mathbf{n} виконується в широкому діапазоні координат, і можна розрахувати, що ці середні положення дуже близькі один до одного.

Наступний режим є регулярним, хоча зберігає деякі властивості попередніх двох режимів. Тут повільний дрейф має місце лише для азимутальних кутів векторів \mathbf{m} і \mathbf{n} , тоді як полярні кути демонструють лише коливання. Дрейф вектора \mathbf{n} добре простежується з рисунка 2.8, в

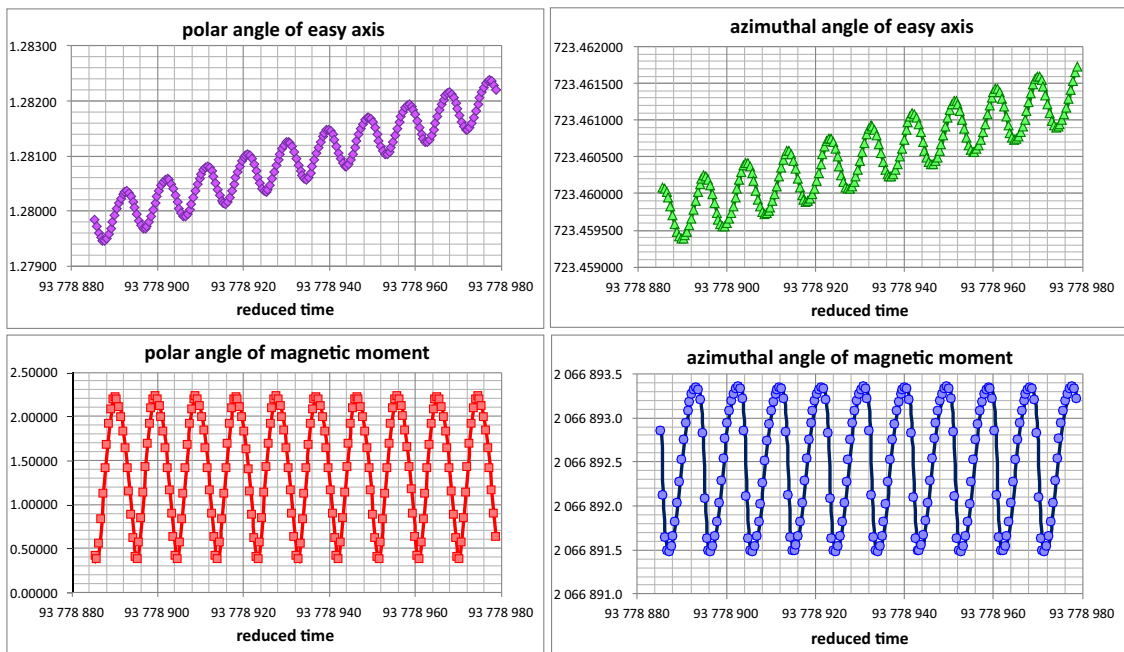


Рисунок 2.7 – Часові еволюції кутових координат наночастинки, збуджуваної обертовим полем виду (1.1) з безрозмірною амплітудою $h = 0.14$ і безрозмірною частотою $\tilde{\Omega} = 0.67$. Цей режим є хаотичним через повільний хаотичний дрейф усередненого положення магнітного моменту та легкої осі.

той час як дрейф \mathbf{m} не помітний у масштабі рисунка. Тим не менш, він існує через анізотропний зв'язок анізотропії. Цей режим типовий близько до резонансної частоти. У разі обраних параметрів для безрозмірної амплітуди поля 0.14 вона реалізується в діапазоні безрозмірних частот 0.77-0.96. Залежності від початкових умов та значення кроку за часом не спостерігалось. Це дозволяє нам констатувати, що цей режим є регулярним.

Характер останніх режимів пов'язаний з переорієнтацією векторів \mathbf{m} і \mathbf{n} під дією обертового поля. Незважаючи на початкові умови вибору полярних кутів, близьких до нуля, стабільні режими прецесії існують лише в околицях π . Тобто, полярний кут магнітного моменту долає шлях, близький до π . Природно, що однорідна прецесія тут є стабільною. Однак, завдяки вузьким прецесійним конусам, легка вісь може уникнути обертання і натомість виконує лише коливання, див. Рис. 2.9. Схоже, що цей режим є дуже тривалим перехідним процесом, але навіть у цьому випадку з практичної точки зору, доцільно трактувати таку ситуацію як певний окремий режим. Нарешті, чистий режим однорідної прецесії можна досягти швидше на більшій частоті, див. Рис. 2.10. Зауважимо, що

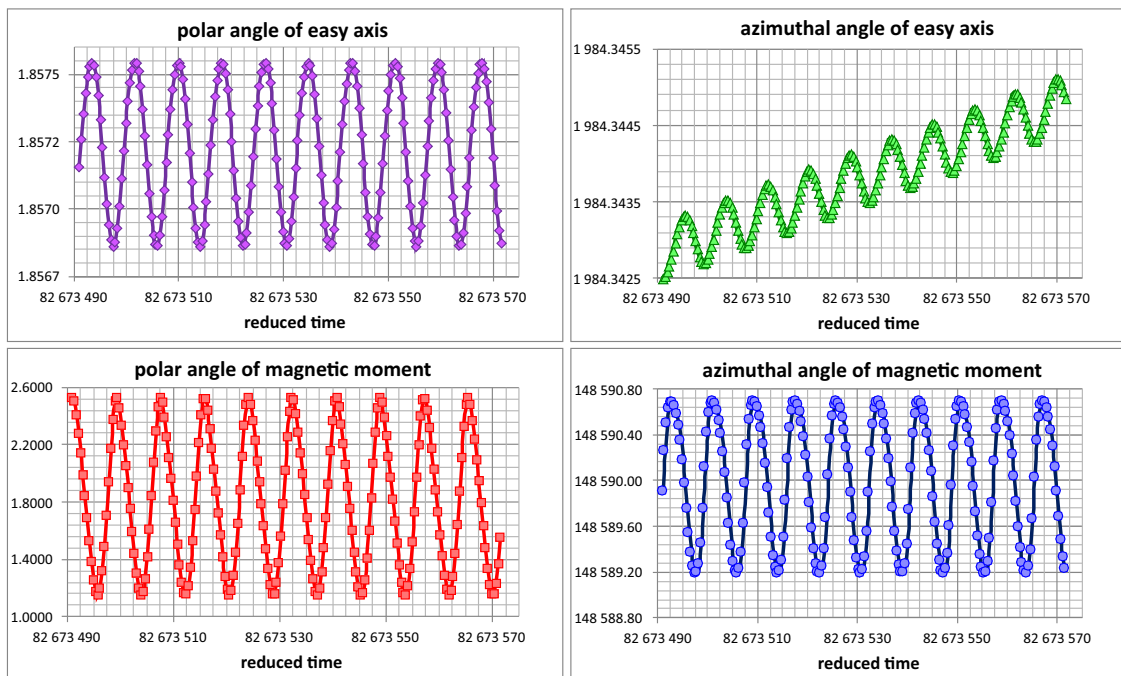


Рисунок 2.8 – Часові еволюції кутових координат наночастинки, збуджуваної обертовим полем виду (1.1) з безрозмірною амплітудою $h = 0.14$ і безрозмірною частотою $\tilde{\Omega} = 0.76$. Цей режим регулярний. Повільний дрейф усередненого положення магнітного моменту та легкої осі відбувається лише за азимутальними кутами.

порівняно з попереднім випадком тут залишкові коливання, що є наслідком перехідного процесу, на порядок менші. Це підтверджує обґрунтованість припущення про існування додаткового нелінійного режиму перед звичним лінійним – режимом однорідної прецесії.

Нарешті, останнім спостережуваним прикладом нелінійної поведінки є так званий проміжний або режим вторинної однорідної прецесії. Він генерується завдяки відновленню стійкості. Власне кажучи, весь нелінійний тип руху виникає тоді, коли однорідна прецесія не задовольняє критеріям стійкості в деяких діапазонах значень частоти та амплітуди поля. І діапазони, де однорідна прецесія стабільна, можуть чергуватися з нестабільними діапазонами. Цей ефект добре відомий і для нерухомої частинки був описаний у роботі [38]. Перехід до вторинного однорідного режиму прецесії відбувається різко при найменшій зміні параметрів поля поблизу точки переходу. У нашому випадку для обраних параметрів точка переходу знаходиться поблизу від $h = 0.14$ і $\tilde{\Omega} = 0.63$, а вторинна однорідна прецесія межує з неоднорідними та хаотичними режимами. Але можна припустити, що можливий перехід у вторинний однорідний режим із

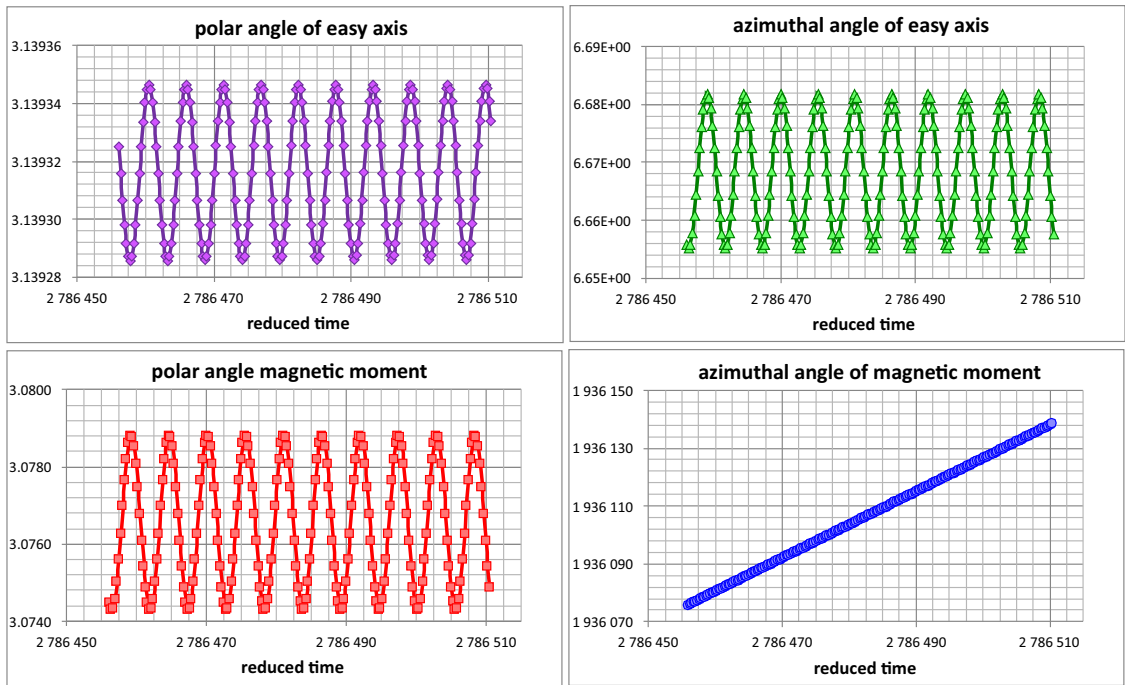


Рисунок 2.9 – Часові еволюції кутових координат наночастинки, збуджуваної обертовим полем виду (1.1) з безрозмірною амплітудою $h = 0.14$ і безрозмірною частотою $\tilde{\Omega} = 1.15$. Магнітний момент здійснює однорідну прецесію, тоді як легка вісь здійснює лише коливання. Це може бути тривалий перехідний процес.

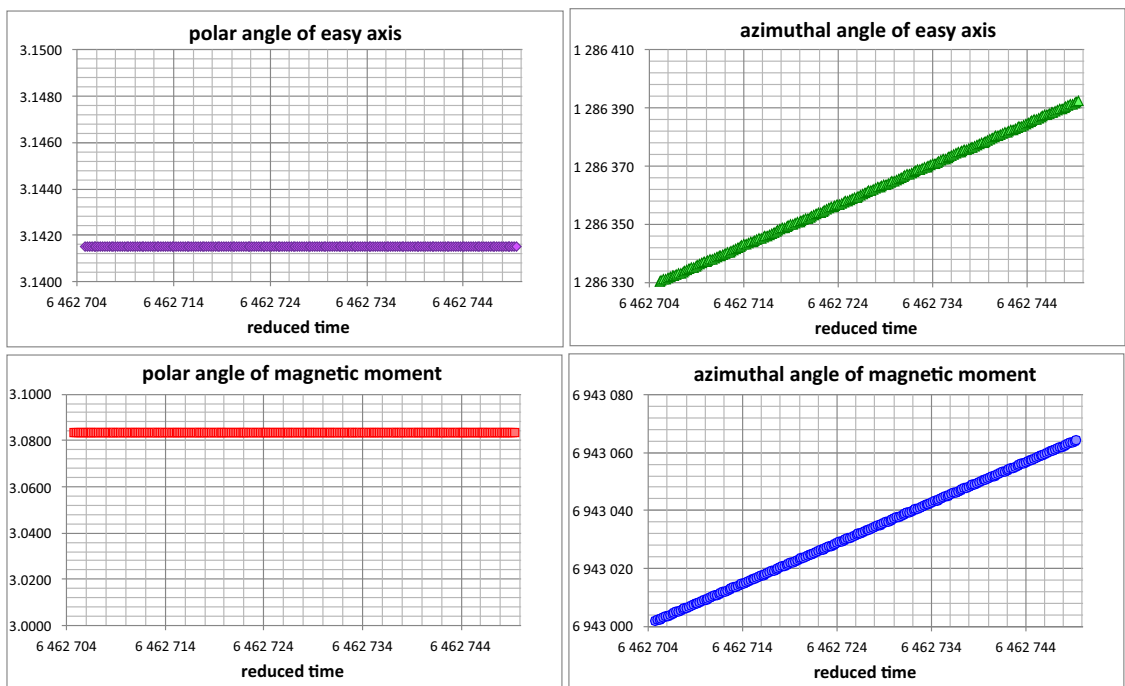


Рисунок 2.10 – Часові еволюції кутових координат наночастинки, збуджуваної обертовим полем виду (1.1) з безрозмірною амплітудою $h = 0.14$ і безрозмірною частотою $\tilde{\Omega} = 1.45$. Магнітний момент та легка вісь здійснюють однорідну прецесію у нижньому стані.

звичайної однорідної прецесії. У такому випадку перехід супроводжується стрибками кутів прецесії.

3 ІНДУКОВАНЕ ДИСИПАЦІЄЮ ОБЕРТАННЯ

3.1 Основні рівняння для зв'язаної магнітомеханічної динаміки

Для зручності подальшого розгляду модифікуємо модель, що розглядалась вище. По перше, введемо повний момент імпульсу $\mathbf{L} = \mathbf{L}(t)$, визначеним як сума механічного кутового моменту. Тоді рівняння обертання наночастинки запишеться як:

$$\mathbf{L} = J\boldsymbol{\omega} - \frac{V}{\gamma}\mathbf{M}. \quad (3.1)$$

За відсутності розсіювання маємо [23, 24] $d\mathbf{L}/dt = V\mathbf{M} \times \mathbf{H}$, Шляхом диференціювання за часом кутового моменту частинок $J\boldsymbol{\omega}$, отримаємо рівняння

$$J\frac{d}{dt}\boldsymbol{\omega} = \frac{V}{\gamma}\frac{d}{dt}\mathbf{M} + V\mathbf{M} \times \mathbf{H} - 6\eta V\boldsymbol{\omega} \quad (3.2)$$

що описує обертання феромагнітних частинок у в'язкій рідині. Відзначимо, що для вакууму (коли $\eta = 0$) це рівняння було введено в [23] і для в'язкої рідини в [24].

Оскільки вважається, що значення намагніченості M не залежить від часу, динаміку вектора намагніченості \mathbf{M} можна описати, наприклад, рівнянням Ландау-Ліфшица (ЛЛ) [40]. Важливою особливістю цього рівняння, що описує динаміку намагніченості наночастинок, які обертаються, є те, що його дисипаційний доанок повинен бути належним чином змінений [23]:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{M} = -\gamma\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} - \frac{\gamma\alpha'}{M}\mathbf{M} \times \left(\mathbf{M} \times \left(\mathbf{H}_{\text{eff}} - \frac{\boldsymbol{\omega}}{\gamma} \right) \right), \quad (3.3)$$

де $-\boldsymbol{\omega}/\gamma$ – так зване поле Барнетта, що походить від обертання частинок (див, наприклад, [26]). Зокрема, для одноосьових частинок ефективно магнітне поле задається виразом

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = \frac{H_a}{M}(\mathbf{M} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} + \mathbf{H}. \quad (3.4)$$

Нагадаємо, одиничний вектор \mathbf{n} спрямований уздовж легкої вісі

намагнічування і задовольняє наступному рівнянню руху (кінематичне співвідношення):

$$\frac{d}{dt}\mathbf{n} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{n}. \quad (3.5)$$

Рівняння (3.2), (3.3) та (3.5) доповнені ефективним магнітним полем (3.4), повністю описують зв'язану динаміку намагніченості та обертальну динаміку одноосних наночастинок у в'язкій рідині. Представляючи безрозмірні змінні та параметри

$$\begin{aligned} \mathbf{m} &= \frac{\mathbf{M}}{M}, \quad \boldsymbol{\nu} = \frac{\boldsymbol{\omega}}{\gamma M}, \quad \mathbf{h}_{\text{eff}} = \frac{\mathbf{H}_{\text{eff}}}{M}, \quad \mathbf{h} = \frac{\mathbf{H}}{M}, \\ \tau &= \gamma M t, \quad \kappa = \frac{I\gamma^2}{V}, \quad \beta = \frac{6\gamma\eta}{M}, \quad h_a = \frac{H_a}{M}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

ці рівняння можна переписати у безрозмірній формі

$$\kappa \dot{\boldsymbol{\nu}} = \dot{\mathbf{m}} + \mathbf{m} \times \mathbf{h} - \beta' \boldsymbol{\nu}, \quad (3.7a)$$

$$\dot{\mathbf{m}} = -\mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}} - \alpha' \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times (\mathbf{h}_{\text{eff}} - \boldsymbol{\nu})), \quad (3.7b)$$

$$\dot{\mathbf{n}} = \boldsymbol{\nu} \times \mathbf{n}, \quad (3.7c)$$

де крапка зверху позначає похідну за безрозмірним часом τ та, у відповідності до (3.4),

$$\mathbf{h}_{\text{eff}} = h_a(\mathbf{m} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} + \mathbf{h}. \quad (3.8)$$

Якщо припустити, що динаміка намагніченості підкоряється рівнянню Ландау-Ліфшица-Гілберта (ЛЛГ) [47], то, щоб врахувати вплив обертання частинки, це рівняння слід змінити наступним чином [24]:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{M} = -\gamma\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \frac{\alpha}{M}\mathbf{M} \times \left(\frac{d}{dt}\mathbf{M} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{M} \right) \quad (3.9)$$

(α – параметр загасання ЛЛГ). Використовуючи співвідношення

$$\mathbf{M} \times \frac{d}{dt}\mathbf{M} = -\gamma\mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}) - \alpha M \frac{d}{dt}\mathbf{M} - \alpha M (\mathbf{M} \times \boldsymbol{\omega})$$

що випливає безпосередньо з (3.9) і позначення (3.6), рівняння (3.9) можна

звести до безрозмірного рівняння ЛЛГ

$$(1 + \alpha^2)\dot{\mathbf{m}} = -\mathbf{m} \times (\mathbf{h}_{\text{eff}} + \alpha^2\boldsymbol{\nu}) - \alpha\mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times (\mathbf{h}_{\text{eff}} - \boldsymbol{\nu})), \quad (3.10)$$

Порівнюючи рівняння (3.7b) і (3.10), ми можемо переконатися, що при $\boldsymbol{\nu} = \mathbf{0}$ (коли наночастинки не рухаються) ці рівняння фактично є рівнозначними [40]. Строго кажучи, при $\boldsymbol{\nu} \neq \mathbf{0}$ ці рівняння різні. Однак у найпоширенішому випадку, коли $\alpha \ll 1$, цією різницею можна знехтувати. Тому в подальшому аналізі ми будемо використовувати систему рівнянь (3.7).

Важливо підкреслити, що рівняння (3.7) записані у детерміністичному наближенні. В принципі, теплові коливання можна також врахувати, ввівши в ці рівняння гаусові білі шуми, див., наприклад, роботи [22, 24, 25]. Однак якщо ці шуми не надто сильні, вони не руйнують детерміністичні ефекти. Це означає, що рівняння (3.7) можуть бути використані як відправна точка для вивчення зв'язаної магнітної та обертальної динаміки зважених феромагнітних частинок. Можна також сформулювати умови, за яких тепловими флуктуаціями можна сміливо нехтувати. Зокрема, коливання намагніченості в магнітно-ізотропних наночастинках (коли $h_a = 0$) можуть вважатися малими, якщо магнітна енергія MHV перевищує теплову енергію $k_B T$. Така ситуація виникає, коли діаметр частинки задовольняє умові $d > d_1$, де $d_1 = (6k_B T / \pi M H)^{1/3}$.

3.2 Прецесія магнітноізотропних наночастинок

Наступною нашою метою є вивчення зв'язаної магнітної та обертальної динаміки ізотропних феромагнітних наночастинок. Оскільки в цьому випадку $h_a = 0$ та, у відповідності до (3.8), $\mathbf{h}_{\text{eff}} = \mathbf{h}$, ця динаміка описується системою лише двох рівнянь, (3.7a) і (3.7b). Щодо рівняння (3.7c), для цих наночастинок воно може бути виключено з подальшого розгляду.

Якщо припустити, що ліва частина рівняння (3.7a) дуже мала, ми

можемо переписати систему рівнянь (3.7a) та (3.7b) у формі

$$\dot{\mathbf{m}} = -\mathbf{m} \times \mathbf{h} + \beta' \boldsymbol{\nu}, \quad (3.11a)$$

$$\dot{\mathbf{m}} = -\mathbf{m} \times \mathbf{h} - \alpha' \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times (\mathbf{h} - \boldsymbol{\nu})). \quad (3.11b)$$

Підставляючи $\dot{\mathbf{m}}$ з рівняння (3.11b) в рівняння (3.11a) та враховуючи, що відповідно до (3.11a), $\boldsymbol{\nu} \cdot \mathbf{m} = 0$, отримуємо

$$\boldsymbol{\nu} = -\frac{\alpha'}{\alpha' + \beta'} \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \mathbf{h}). \quad (3.12)$$

Тоді, підставляючи цей вираз для безрозмірної кутової швидкості в рівняння (3.11b), не важко вивести замкнене рівняння ЛЛ для одиничного вектора намагніченості магнітно-ізотропної частинки у в'язкій рідині

$$\dot{\mathbf{m}} = -\mathbf{m} \times \mathbf{h} - q' \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \mathbf{h}), \quad (3.13)$$

де $q' = \alpha' \beta' / (\alpha' + \beta')$. Зауважимо, що межа $\beta' \rightarrow \infty$ відповідає нерухомим частинкам. У цій межі, $\boldsymbol{\nu} \rightarrow \mathbf{0}$, $q' \rightarrow \alpha'$, та рівняння (3.13) зводиться до стандартного рівняння ЛЛ.

Далі ми використаємо рівняння (3.13) та вираз (3.12) щоб вивчити магнітну та обертальну стаціонарну динаміку ізотропних наночастинок, підданих обертовому магнітному полю

$$\mathbf{h} = h(\cos v\tau \mathbf{e}_x + \rho \sin v\tau \mathbf{e}_y). \quad (3.14)$$

Тут $h = |\mathbf{h}| = \text{const}$ - безрозмірна амплітуда обертового магнітного поля, $v = \Omega/\gamma M$, Ω - частота обертового поля, $\rho = \pm 1$ - параметр, що визначає напрямок обертання магнітного поля, \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y та \mathbf{e}_z - одиничні вектори декартової системи координат.

3.2.1 Прецесія намагнічування

Подамо одиничний вектор намагніченості \mathbf{m} у формі

$$\mathbf{m} = \sin \theta \cos \varphi \mathbf{e}_x + \sin \theta \sin \varphi \mathbf{e}_y + \cos \vartheta \mathbf{e}_z, \quad (3.15)$$

де $\vartheta = \vartheta(\tau)$ і $\varphi = \varphi(\tau)$ – відповідно полярний та азимутальний кути \mathbf{m} .
Потім, вводячи кут відставання

$$\psi = \varrho v \tau - \varphi, \quad (3.16)$$

ми можемо звести векторне рівняння Ландау-Ліфшиця (3.13) до системи диференціальних рівнянь для ϑ і ψ

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta} &= h \sin \psi + q' h \cos \vartheta \cos \psi, \\ (\dot{\psi} - \varrho v) \sin \vartheta &= h \cos \vartheta \cos \psi - q' h \sin \psi. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Припускаючи, що у сталому стані (коли $\tau \rightarrow \infty$) кути ϑ та ψ не залежать від часу,

$$\vartheta = \vartheta_\varrho = \text{const}, \quad \psi = \psi_\varrho = \text{const} \quad (3.18)$$

($0 \leq \vartheta_\varrho \leq \pi$, $-\pi < \psi_\varrho \leq \pi$), з рівняння (3.17) можна отримати систему рівнянь для ϑ_ϱ and ψ_ϱ

$$\begin{aligned} \sin \psi_\varrho + q' \cos \vartheta_\varrho \cos \psi_\varrho &= 0, \\ \varrho \chi \sin \vartheta_\varrho + \cos \vartheta_\varrho \cos \psi_\varrho - q' \sin \psi_\varrho &= 0, \end{aligned} \quad (3.19)$$

де $\chi = v/h$. Якщо ці кути представлені у формі

$$\vartheta_\varrho = \frac{\pi}{2}(1 + \varrho) - \varrho \vartheta_0, \quad \psi_\varrho = \varrho \psi_0, \quad (3.20)$$

тоді нові змінні ϑ_0 ($0 \leq \vartheta_0 \leq \pi$) та ψ_0 ($-\pi < \psi_0 \leq \pi$) не залежать від параметра ϱ . Дійсно, враховуючи що $\sin \psi_\varrho = \varrho \sin \psi_0$, $\cos \psi_\varrho = \cos \psi_0$, $\sin \vartheta_\varrho = \sin \vartheta_0$ і $\cos \vartheta_\varrho = -\varrho \cos \vartheta_0$, система рівнянь (3.19) легко дає

$$\begin{aligned} \sin \psi_0 - q' \cos \vartheta_0 \cos \psi_0 &= 0, \\ \chi q' \sin \vartheta_0 - (1 + q'^2) \sin \psi_0 &= 0. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Відповідно до останнього рівняння в (3.21), кут ψ_0 (як і ϑ_0) повинен належати до інтервалу $[0, \pi]$, тобто тільки не негативні значення $\sin \psi_0$ є дозволеними. Вводячи параметри $c = q'/\sqrt{1 + q'^2}$ та $k = \chi/\sqrt{1 + q'^2}$, з

рівнянь (3.21) можна легко показати, що $\sin \psi_0$ задовільняє біквдратне рівняння

$$\sin^4 \psi_0 - (1 + k^2) \sin^2 \psi_0 + c^2 k^2 = 0. \quad (3.22)$$

Оскільки $\sin \psi_0 \in [0, 1]$, його єдиний розв'язок дається $\sin \psi_0 = R$, де

$$R = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + k^2 - \sqrt{(1 + k^2)^2 - 4c^2 k^2}}. \quad (3.23)$$

З цього, використовуючи друге рівняння в (3.21), отримуємо $\sin \vartheta_0 = R/ck$ (зауважимо, що згідно (3.23), завжди виконуються умови $R \leq 1$ та $R/ck \leq 1$). Крім того, перше рівняння в (3.21) показує, що обидва кути ψ_0 та ϑ_0 повинні належати або інтервалу $[0, \pi/2)$, або інтервалу $(\pi/2, \pi]$. У першому випадку розв'язок рівнянь (3.21) записується як

$$\vartheta_0^{(1)} = \arcsin \frac{R}{ck}, \quad \psi_0^{(1)} = \arcsin R, \quad (3.24)$$

у той час як в останньому випадку - як $\vartheta_0^{(2)} = \pi - \vartheta_0^{(1)}$, $\psi_0^{(2)} = \pi - \psi_0^{(1)}$.

Таким чином, обертове магнітне поле може, в принципі, викликати в магнітно-ізотропних наночастинках два стаціонарних прецесійних стани намагніченості, $\mathbf{m}^{(1)}$ та $\mathbf{m}^{(2)}$. Використовуючи (3.20) і (3.24), ми знаходимо кути

$$\vartheta_\varrho^{(1)} = \frac{\pi}{2}(1 + \varrho) - \varrho \arcsin \frac{R}{ck}, \quad \psi_\varrho^{(1)} = \varrho \arcsin R \quad (3.25)$$

для $\mathbf{m}^{(1)}$, та $\vartheta_\varrho^{(2)} = \vartheta_{-\varrho}^{(1)}$ і $\psi_\varrho^{(2)} = \varrho\pi + \psi_{-\varrho}^{(1)}$ для $\mathbf{m}^{(2)}$. Ці вирази, разом із визначенням (3.16) кута відставання, дозволяють нам знайти компоненти вектора $\mathbf{m}^{(l)}$ ($l = 1, 2$) наступним чином:

$$\begin{pmatrix} m_x^{(l)} \\ m_y^{(l)} \\ m_z^{(l)} \end{pmatrix} = (-1)^{1+l} \frac{R}{ck} \times \begin{cases} \cos(\nu\tau + (-1)^l \arcsin R), \\ \varrho \sin(\nu\tau + (-1)^l \arcsin R), \\ -\varrho \sqrt{c^2 k^2 / R^2 - 1}. \end{cases} \quad (3.26)$$

Згідно з ними, прецесії намагніченості в стаціонарному стані, якщо вони стабільні, відбуваються навколо осі z з частотою магнітного поля, а їх напрямок збігається з напрямком обертання магнітного поля. Усереднена

за часом намагніченість в цих прецесійних станах, визначена як $\langle \mathbf{m}^{(l)} \rangle = (v/2\pi) \int_0^{2\pi/v} \mathbf{m}^{(l)} d\tau$, дається виразом $\langle \mathbf{m}^{(l)} \rangle = (-1)^l \rho \sqrt{1 - R^2/c^2 k^2} \mathbf{e}_z$, тобто магнітне поле, що обертається в площині xy , намагнічує ізотропні наночастинки в напрямку z . Зауважимо в цьому контексті, що подібний ефект, намагніченість систем наночастинок обертовим магнітним полем, був раніше спрогнозований та проаналізований для анізотропних (одновісних) та нерухомих наночастинок [33, 48, 49]. Але його природа зовсім інша: намагніченість цих систем відбувається через наявність магнітного поля анізотропії, яке в нашому випадку відсутнє.

3.2.2 Аналіз стійкості прецесії намагніченості

Тепер ми проаналізуємо лінійну стабільність прецесійних станів $\mathbf{m}^{(l)}$. Підставляючи $\vartheta = \vartheta_\rho^{(l)} + \vartheta_1$ ($\vartheta_1 = \vartheta_1(\tau)$, $|\vartheta_1| \ll 1$) та $\psi = \psi_\rho^{(l)} + \psi_1$ ($\psi_1 = \psi_1(\tau)$, $|\psi_1| \ll 1$) в рівняння (3.17), ми отримуємо систему звичайних диференціальних рівнянь для ϑ_1 і ψ_1

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta}_1 &= h(\cos \psi_\rho^{(l)} - q' \cos \vartheta_\rho^{(l)} \sin \psi_\rho^{(l)}) \psi_1 - q' h \sin \vartheta_\rho^{(l)} \cos \psi_\rho^{(l)} \vartheta_1, \\ \dot{\psi}_1 \sin \vartheta_\rho^{(l)} &= -h(\cos \vartheta_\rho^{(l)} \sin \psi_\rho^{(l)} + q' \cos \psi_\rho^{(l)}) \psi_1 + h(\rho \chi \cos \vartheta_\rho^{(l)} \\ &\quad - \sin \vartheta_\rho^{(l)} \cos \psi_\rho^{(l)}) \vartheta_1. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Припускаючи, що

$$\vartheta_1 = \tilde{\vartheta}_1 e^{\lambda_l h \tau}, \quad \psi_1 = \tilde{\psi}_1 e^{\lambda_l h \tau}, \quad (3.28)$$

де параметри $\tilde{\vartheta}_1$, $\tilde{\psi}_1$ і λ_l не залежать від τ , рівняння (3.27) зводяться до однорідної системи лінійних рівнянь відносно $\tilde{\vartheta}_1$ і $\tilde{\psi}_1$, які можуть бути записані у матричній формі як

$$\begin{pmatrix} \lambda_l + (-1)^{1+l} a_{11} & (-1)^l a_{12} \\ (-1)^{1+l} a_{21} & \lambda_l + (-1)^l a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\vartheta}_1 \\ \tilde{\psi}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.29)$$

Враховуючи, що відповідно до (3.20) та (3.25),

$$\begin{aligned}\sin \vartheta_{\varrho}^{(l)} &= \frac{R}{ck}, & \cos \vartheta_{\varrho}^{(l)} &= (-1)^l \varrho \frac{1}{ck} \sqrt{c^2 k^2 - R^2}, \\ \sin \psi_{\varrho}^{(l)} &= \varrho R, & \cos \psi_{\varrho}^{(l)} &= (-1)^{1+l} \sqrt{1 - R^2},\end{aligned}\quad (3.30)$$

коефіцієнти a_{nm} в рівняннях (3.29) виражаються через параметри c і k (нагадаємо, $c < 1$ та $k < \infty$) наступним чином:

$$\begin{aligned}a_{11} &= \frac{R}{k} \sqrt{\frac{1 - R^2}{1 - c^2}}, \\ a_{12} &= \sqrt{1 - R^2} + \frac{R}{k} \sqrt{\frac{c^2 k^2 - R^2}{1 - c^2}}, \\ a_{21} &= \sqrt{1 - R^2} + \frac{k}{R} \sqrt{\frac{c^2 k^2 - R^2}{1 - c^2}}, \\ a_{22} &= \sqrt{c^2 k^2 - R^2} - \frac{c^2 k}{R} \sqrt{\frac{1 - R^2}{1 - c^2}}.\end{aligned}\quad (3.31)$$

Добре відомо, що ненульові розв'язки системи рівнянь (3.29) існують лише в тому випадку, якщо визначник матриці коефіцієнтів зникає, тобто, якщо

$$\lambda_l^2 + (-1)^{1+l}(a_{11} - a_{22})\lambda_l + a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22} = 0. \quad (3.32)$$

Це відбувається при $\lambda_l = \lambda_l^+$ та $\lambda_l = \lambda_l^-$, де

$$\lambda_l^{\pm} = (-1)^l \frac{1}{2}(a_{11} - a_{22}) \pm i \frac{1}{2} \sqrt{4a_{12}a_{21} - (a_{11} + a_{22})^2} \quad (3.33)$$

(i – уявна одиниця) є розв'язками рівнянь (3.32). Можна перевірити (аналітично чи чисельно), що $a_{11} - a_{22} > 0$ та $4a_{12}a_{21} - (a_{11} + a_{22})^2 > 0$ для усіх значень c і k . Тому, використовуючи (3.33), можна зробити висновок, що стаціонарний прецесійний стан намагніченості з $l = 1$ (тобто $\mathbf{m}^{(1)}$) є стабільним (тому що $\text{Re } \lambda_1^{\pm} < 0$), в той час як прецесійний стан з $l = 2$ (тобто $\mathbf{m}^{(2)}$) є нестабільним (тому що $\text{Re } \lambda_2^{\pm} > 0$). Зауважимо також, що відповідно до (3.33), намагніченість наближається до стабільного стаціонарного стану $\mathbf{m}^{(1)}$ коливальним способом.

3.2.3 Прецесія частинок

Оскільки стаціонарна намагніченість $\mathbf{m}^{(2)}$ нестабільна, ми визначаємо лише компоненти (безрозмірної) кутової швидкості частинок $\boldsymbol{\nu}$, що відповідають стабільній стаціонарній намагніченості $\mathbf{m}^{(1)}$. З цією метою використовуючи (3.14) та (3.12), ми спочатку представляємо декартові компоненти $\boldsymbol{\nu}$ у формі

$$\begin{pmatrix} \nu_x \\ \nu_y \\ \nu_z \end{pmatrix} = \frac{\alpha' h}{\alpha' + \beta'} \times \begin{cases} \cos \nu \tau - m_x^{(1)} \left(m_x^{(1)} \cos \nu \tau + \varrho m_y^{(1)} \sin \nu \tau \right), \\ \varrho \sin \nu \tau - m_y^{(1)} \left(m_x^{(1)} \cos \nu \tau + \varrho m_y^{(1)} \sin \nu \tau \right), \\ - m_z^{(1)} \left(m_x^{(1)} \cos \nu \tau + \varrho m_y^{(1)} \sin \nu \tau \right). \end{cases} \quad (3.34)$$

Потім, підставляючи компоненти намагніченості $m_x^{(1)}$, $m_y^{(1)}$ та $m_z^{(1)}$ з (3.26) до (3.34), ми отримаємо

$$\begin{aligned} \nu_x &= \frac{\alpha' h}{\alpha' + \beta'} \left[\cos \nu \tau - \frac{R^2}{c^2 k^2} \sqrt{1 - R^2} \right. \\ &\quad \left. \times \cos(\nu \tau - \arcsin R) \right], \\ \nu_y &= \varrho \frac{\alpha' h}{\alpha' + \beta'} \left[\sin \nu \tau - \frac{R^2}{c^2 k^2} \sqrt{1 - R^2} \right. \\ &\quad \left. \times \sin(\nu \tau - \arcsin R) \right], \\ \nu_z &= \varrho \frac{\alpha' h}{\alpha' + \beta'} \frac{R}{c^2 k^2} \sqrt{(1 - R^2)(c^2 k^2 - R^2)}. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Ці вирази показують, що обертове магнітне поле спричиняє індукований дисипацією прецесійний рух магніто-ізотропних наночастинок. Прецесія відбувається з частотою магнітного поля, частинка і магнітне поле обертаються в одному напрямку, і (безрозмірна) величина кутової швидкості частинки може бути знайдена як

$$|\boldsymbol{\nu}| = \frac{\alpha' h}{\alpha' + \beta'} \frac{1}{ck} \sqrt{c^2 k^2 - R^2 + R^4}. \quad (3.36)$$

Слід також зазначити, що відповідно до (3.26) і (3.35), $\boldsymbol{\nu} \cdot \mathbf{m}^{(1)} = 0$, тобто прецесія намагніченості синхронізується з обертанням частинок.

Для того, щоб отримати більше інформації щодо дисипаційно-

індукованого механізму обертання наночастинок, ми спочатку визначимо кутову швидкість частинок у випадках малої динамічної в'язкості рідини ($\beta' \rightarrow 0$) та магнітного параметра загасання ($\alpha' \rightarrow 0$). Використовуючи (3.35) та (3.36), знаходимо

$$\nu_z = \varrho \frac{h\chi}{1 + \chi^2}, \quad |\boldsymbol{\nu}| = \frac{h\chi}{\sqrt{1 + \chi^2}} \quad (3.37)$$

та

$$\nu_z = \varrho \frac{h\chi\alpha'}{\beta'(1 + \chi^2)}, \quad |\boldsymbol{\nu}| = \frac{h\chi\alpha'}{\beta'\sqrt{1 + \chi^2}} \quad (3.38)$$

для першого та другого випадків відповідно. Відповідно до цих результатів, обертання частинок існує при $\beta' \rightarrow 0$, у той час як воно зникає коли $\alpha' \rightarrow 0$. Тому ми робимо висновок, що саме магнітне розсіювання відповідає за обертання наночастинок.

Оскільки параметр в'язкості β' зазвичай великий (дивись далі), також розумно розглянути обмежувальний випадок $\beta' \rightarrow \infty$. У головному наближенні $1/\beta'$, вирази (3.35) та (3.36) дають

$$\nu_z = \varrho \frac{h}{\sqrt{2}\beta'b} \sqrt{a^2 - a\sqrt{a^2 - 4b^2} - 2b^2} \quad (3.39)$$

та

$$|\boldsymbol{\nu}| = \frac{h}{\sqrt{2}\beta'} \sqrt{a - \sqrt{a^2 - 4b^2}}, \quad (3.40)$$

де $a = 1 + \alpha'^2 + \chi^2$ і $b = \alpha'\chi$. Вони показують, що в цих межах кутова швидкість наночастинок зменшується до нуля та обернено пропорційна параметру в'язкості. Також зауважимо, що

$$\nu_z = \varrho \frac{q'h\chi}{\beta'(1 + q'^2)}, \quad |\boldsymbol{\nu}| = \frac{q'h\chi}{\beta'\sqrt{1 + q'^2}} \quad (3.41)$$

коли $\chi \rightarrow 0$ і

$$\nu_z = \varrho \frac{q'h}{\beta'\chi}, \quad |\boldsymbol{\nu}| = \frac{q'h}{\beta'} \quad (3.42)$$

коли $\chi \rightarrow \infty$.

Як згадувалося вище, коректний опис динаміки намагніченості в наночастинках, що обертаються, досягається введенням поля Барнетта у рівняння (3.3). Це виникаюче магнітне поле відповідає за ефект

Барнетта (намагнічування обертанням) [50], і його існування нещодавно було експериментально підтверджено для різних спінових систем [51–53]. У цьому контексті представляє інтерес проаналізувати роль поля Барнетта у викликаної дисипацією обертанні зважених феромагнітних наночастинок. За його відсутності, коли доданок $-\omega/\gamma$ в рівнянні (3.3) не враховується, загальні вирази для компонентів та величина кутової швидкості частинки, (3.35) і (3.36), слід змінити на $\alpha' + \beta' \rightarrow \beta'$ (тобто $q' \rightarrow \alpha'$, $c \rightarrow \alpha'/\sqrt{1+\alpha'^2}$, тощо). Оскільки ця заміна відповідає граничному випадку $\beta' \rightarrow \infty$, див. (3.39) та (3.40), можна перевірити, що поле Барнетта практично не впливає на обертання частинок при $\beta' \gg \alpha'$. У той же час, для $\beta' \lesssim \alpha'$ різниця між точними результатами та результатами, отриманими вищезазначеною заміною, істотна, див. (3.37) та (3.39), (3.40). Отже, можна зробити висновок, що обертальні властивості ізотропних феромагнітних наночастинок, зважених у в'язкій рідині та підданих обертовому магнітному полю, визначаються не лише полем Барнетта, а і моментом сили тертя, див. рівняння (3.2).

3.2.4 Чисельні результати

Для чисельного аналізу ми використовуємо два основні припущення моделі для вибору її параметрів. Перше з них полягало в тому, що похідна за часом кутового моменту частинки вважається значно меншою, ніж момент сили тертя. Це припущення, яке дотримується, коли $kv \ll \beta'$, тобто $\Omega \ll 60\eta/\rho d^2$ (d – діаметр наночастинки), дозволило нам нехтувати лівою частиною рівняння (3.7а). Оскільки в однодомному стані $d < d_{cr}$ (d_{cr} – критичний діаметр, нижче якого реалізується цей стан), остання умова не є надто обмежувальною.

Друге припущення полягало в тому, що матеріал наночастинок вважався магнітно ізотропним. На перший погляд, згідно з визначенням (3.8) ефективного магнітного поля, це припущення здається дійсним для $h \gg h_a$. Однак аналіз рівнянь (3.7) показує, що воно, безумовно, виконується, якщо $h \gg h_a/\alpha'$ (оскільки, як правило, $\alpha' < 1$, ця умова суворіша, ніж $h \gg h_a$), тобто, якщо $H \gg H_a/\alpha'$. Оскільки обертове магнітне поле великої амплітуди H складно генерувати, магнітно м'які наночастинки, чиє поле анізотропії H_a порівняно мало, найбільш

підходять для експериментальної перевірки наших прогнозів.

В якості наочного прикладу ми розглянемо наночастинки пермалою ($\text{Ni}_{80}\text{Fe}_{20}$), які характеризуються параметрами [54]: $M = 8 \times 10^2 \text{ emu cm}^{-3}$, $H_a = 4 \text{ Oe}$, $\rho = 8.7 \text{ g cm}^{-3}$ і $\alpha' = 0.04$. Зауважимо, для цих частинок $d_{\text{cr}} = 36.8 \text{ nm}$ та $d_1 = 10.7 \text{ nm}$ at $h = 0.1$, тобто коливання намагніченості незначні, якщо $d_1 < d < d_{\text{cr}}$. Для частинок, зважених у воді при кімнатній температурі $T = 298 \text{ K}$, ми маємо $\eta = 8.9 \times 10^{-3} \text{ P}$, $\beta' = 1.18 \times 10^3$ (беремо $\gamma = 1.76 \times 10^7 \text{ G}^{-1}\text{s}^{-1}$), і тому $q' = \alpha'$ з відмінною точністю. Використовуючи ці параметри, ми чисельно розв'язали систему рівнянь (3.17) для різних значень параметрів h , v і ρ , контролюючи характеристики обертового поля. Було встановлено, що, згідно з нашими прогнозами, кути ϑ та ψ змінюються коливальним чином до стаціонарних значень (3.25), які відповідають стабільному стану намагніченості $\mathbf{m}^{(1)}$. Часова залежність цих кутів проілюстрована на рис. 3.1 для конкретного випадку обертового поля.

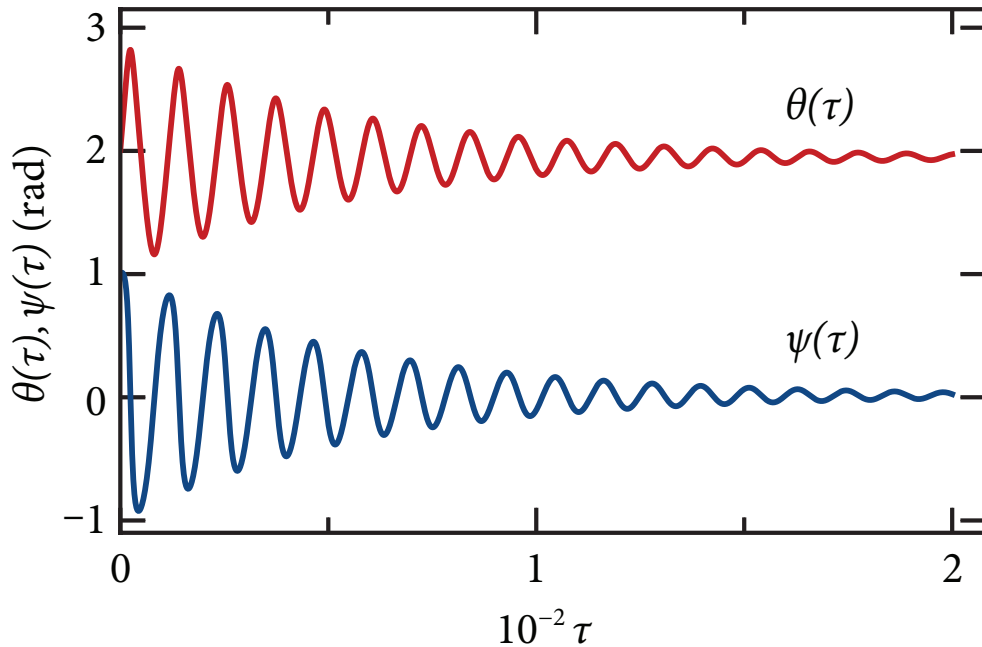


Рисунок 3.1 – Графіки функцій $\vartheta = \vartheta(\tau)$ та $\psi = \psi(\tau)$ отримані за допомогою чисельного розв'язку рівнянь (3.17). Параметри та початкові умови вибрані рівними $q' = 0.04$, $h = 0.5$, $v = 0.2$, $\rho = +1$, $\vartheta(0) = 2 \text{ rad}$ та $\psi(0) = 1 \text{ rad}$. У довготривалому випадку функції $\vartheta(\tau)$ і $\psi(\tau)$ прагнуть до постійних значень 1.95 rad і $1.48 \times 10^{-2} \text{ rad}$ відповідно. З (3.25) випливає, що ці граничні значення повністю узгоджуються з аналітичними $\vartheta_{+1}^{(1)}$ та $\psi_{+1}^{(1)}$.

Залежності z -компоненти та величини прецесійної кутової швидкості від амплітуди магнітного поля, обчислені для наночастинок пермалою з (3.35) і (3.36), відповідно, показані на рисунку 3.2. Згідно з (3.42), при малих h (коли $\chi = v/h \gg 1$) ν_z є квадратичною функцією h , $\nu_z = \alpha'h^2/\beta'v$ (ми використовуємо відношення $q' = \alpha'$ і припускаємо, що $\varrho = +1$), і $|\boldsymbol{\nu}|$ росте лінійно з h , $|\boldsymbol{\nu}| = \alpha'h/\beta'$, див. вставку на рисунку 3.2. Якщо h достатньо великі (тобто $\chi \ll 1$), тоді, використовуючи (3.41) та умову $\alpha'^2 \ll 1$, можна переконатися, що функції ν_z and $|\boldsymbol{\nu}|$ наближаються до майже однакового значення: $\nu_z = |\boldsymbol{\nu}| = \alpha'v/\beta'$. Конкретно, $\nu_z = |\boldsymbol{\nu}| = 1.69 \times 10^{-6}$ для $v = 0.05$ та $\nu_z = |\boldsymbol{\nu}| = 2.37 \times 10^{-6}$ для $v = 0.07$, або, у розмірному виді, $\omega_z = |\boldsymbol{\omega}| = 2.39 \times 10^4 \text{ rad s}^{-1}$ та $\omega_z = |\boldsymbol{\omega}| = 3.34 \times 10^4 \text{ rad s}^{-1}$, відповідно. Зауважимо, оскільки $(|\boldsymbol{\nu}| - \nu_z)/(\alpha'v/\beta') \approx \alpha'^2/2 \ll 1$, обертання наночастинок навколо осей x і y дуже повільне.

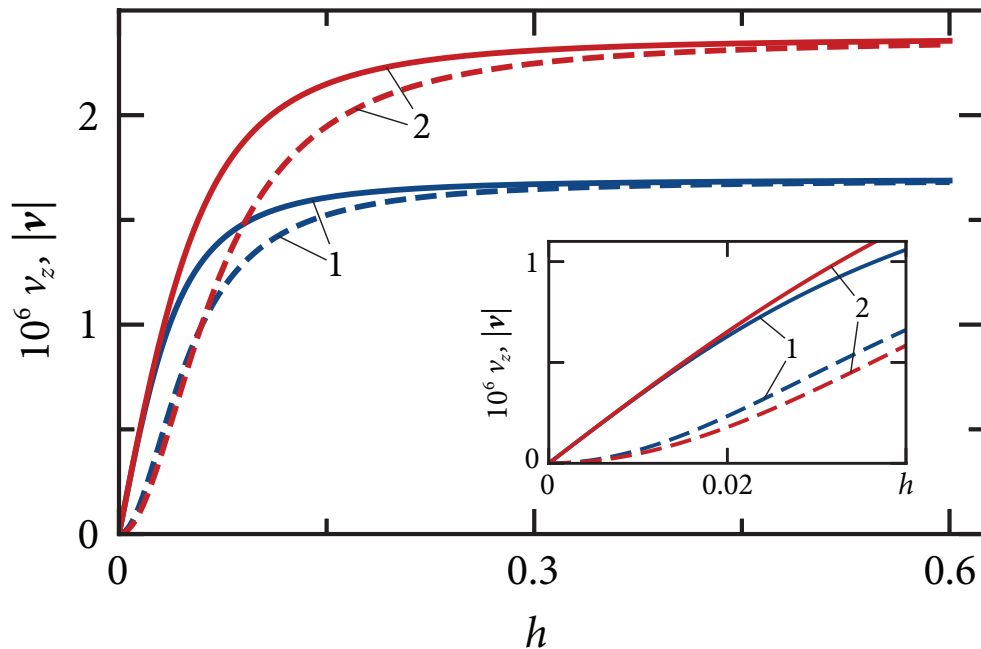


Рисунок 3.2 – z -компоненти (пунктирні криві) та величини $|\boldsymbol{\nu}|$ (суцільні криві) прецесійної кутової швидкості $\boldsymbol{\nu}$ наночастинок пермалою як функції амплітуди магнітного поля h для різних значень частоти магнітного поля v . Крива 1 відповідає $v = 0.05$ і крива 2 – $v = 0.07$.

Поведінка ν_z і $|\boldsymbol{\nu}|$ як функцій частоти магнітного поля v проілюстрована на рисунку 3.3. Якщо v достатньо мале (тобто, $\chi \ll 1$), то, відповідно до (3.41), ν_z та $|\boldsymbol{\nu}|$ зростають майже лінійно з v : $\nu_z = |\boldsymbol{\nu}| = \alpha'v/\beta'$. На відміну, якщо v достатньо велике (тобто, $\chi \gg 1$), то, відповідно до (3.42), ν_z зменшується з v як $\nu_z = \alpha'h^2/\beta'v$, та

$|\boldsymbol{\nu}|$ збільшується до $|\boldsymbol{\nu}| = \alpha' h / \beta'$. Таким чином, в той час як $|\boldsymbol{\nu}|$ є монотонно зростаючою функцією ν , ν_z як функція ν має глобальний максимум (нагадаємо, $\varrho = +1$) при $\nu = \nu_m$, де ν_m можна оцінити як $\nu_m \sim h$. Іншими словами, обертання ізотропних наночастинок навколо z -осі, індуковане магнітним полем фіксованої амплітуди h , що обертається в площині xy , відбувається з максимальною кутовою швидкістю, якщо частота магнітного поля ν є порядку h (в розмірному вигляді, якщо $\Omega \sim \gamma H$).

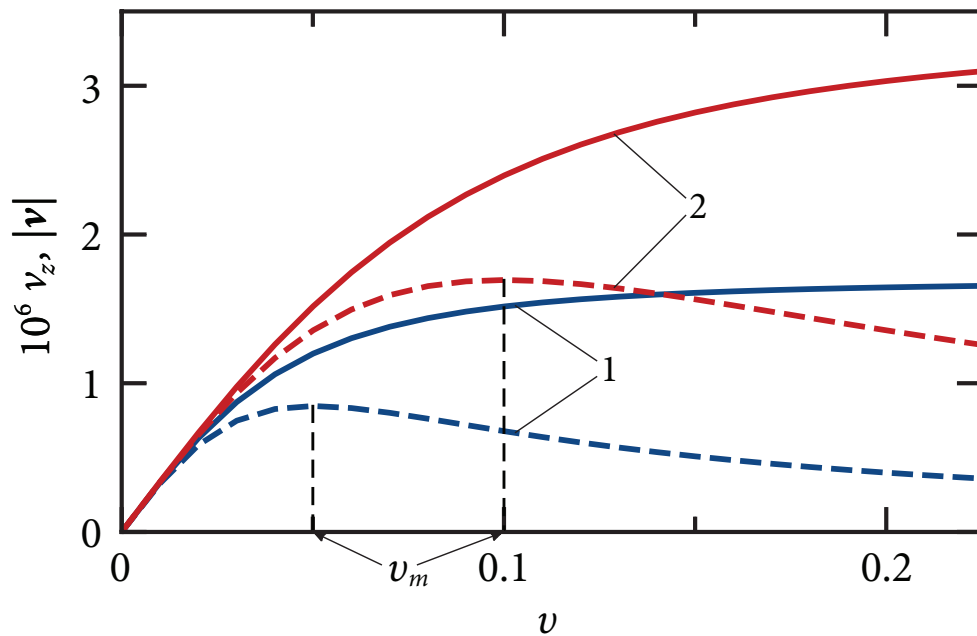


Рисунок 3.3 – z -компоненти (пунктирні криві) та величини $|\boldsymbol{\nu}|$ (суцільні криві) прецесійної кутової швидкості $\boldsymbol{\nu}$ наночастинок пермалою як функції частоти магнітного поля ν для різних значень амплітуди магнітного поля h . Крива 1 відповідає $h = 0.05$ та крива 2 – $h = 0.1$.

Важливо зазначити, що, оскільки намагніченість та прецесії частинок повністю корелюються, $\boldsymbol{\nu} \cdot \mathbf{m}^{(1)} = 0$, експериментальне підтвердження існування індукованого дисипацією обертання ізотропних феромагнітних наночастинок можна було отримати шляхом аналізу деяких унікальних магнітних властивостей таких систем. Зокрема, відповідно до (3.26), z -компонента стаціонарної намагніченості $\mathbf{m}^{(1)}$ дається як $m_z^{(1)} = -\varrho \sqrt{1 - R^2/c^2 k^2}$. Використовуючи (3.23), можна показати, що $m_z^{(1)}$ при $\nu \ll h$ є лінійною функцією ν , $m_z^{(1)} = -\varrho \nu / h (1 + q'^2)$, та $m_z^{(1)}$ наближається до $-\varrho$ при $\nu \gg h$, див. рисунок 3.4. Експериментальне спостереження за цими особливостями підтвердило б запропоновану теорію

обертання наночастинок.

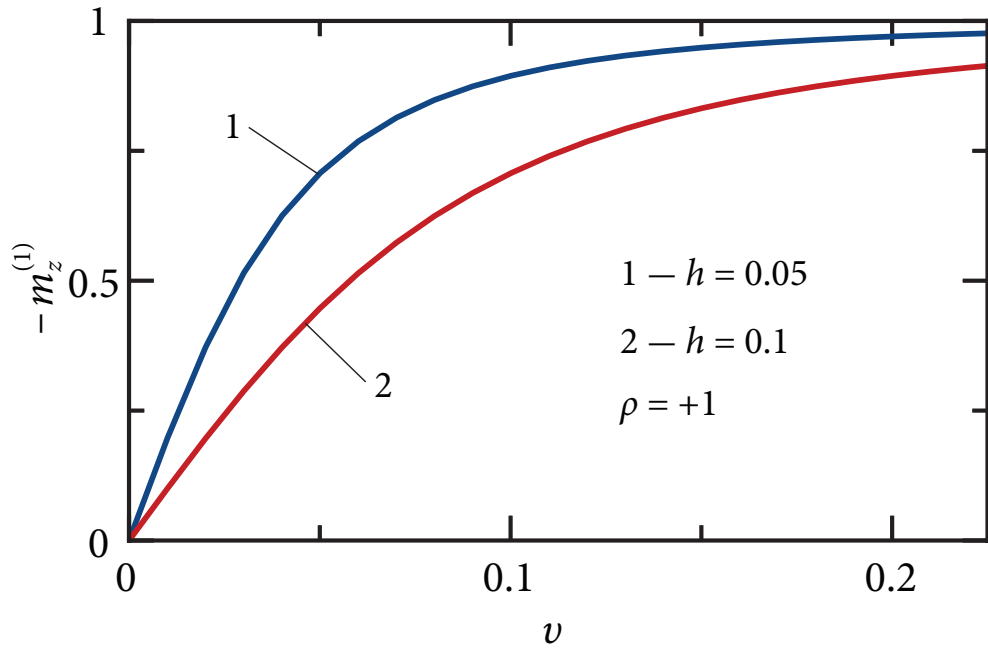


Рисунок 3.4 – Залежність компоненти намагніченості $-m_z^{(1)}$ від частоти магнітного поля v для різних значень амплітуди магнітного поля h .

ВИСНОВКИ

Вимушена зв'язана динаміка наночастинки як цілого та її намагніченості розглянута в детерміністичному наближенні. Підхід ґрунтується на рівнянні обертального моменту та рівнянні прецесії намагніченості у середовищі із зігасанням, які впливають із закону збереження повного моменту імпульсу. У цьому підході описано два режими руху під дією циркулярно-поляризованого поля. Якщо і вісь легкої осі наночастинки, і її магнітний момент виконують прецесію в межах поверхонь конусів з постійними кутами, ми називаємо це однорідним режимом. Якщо прецесія стає нестабільною і полярний кут, принаймні, для одного з векторів зазнає періодичних змін, ми називаємо це неоднорідним режимом. Щоб добре зрозуміти механізми розсіювання енергії, ми представляємо результати зв'язаного руху разом з результатами для випадків жорстко фіксованої наночастинки всередині твердої матриці та жорстко фіксованої намагніченості всередині незакріпленої жорстко наночастинки.

Оскільки розглядалася дія циркулярно-поляризованого зовнішнього поля, природно, що найпростішим типом вимушеного руху є однорідна прецесія. Цей тип руху характеризується постійними кутами прецесії та постійними кутами відставання, значення яких залежать від параметрів системи. Алгебраїчні рівняння для цих залежностей отримані для всіх розглянутих випадків. Встановлено такі основні властивості розв'язків відповідних алгебраїчних рівнянь для випадку зв'язаної динаміки. По-перше, магнітний момент наночастинок завжди становить менший кут із зовнішнім полем, ніж із віссю анізотропії. По-друге, прецесійна динаміка передбачає наявність деякого ефективного поля, перпендикулярного до площини поляризації поля, величина якого залежить від частоти змінного зовнішнього та напрямку поляризації. Для високих частот це ефективне поле є досить великим і може утримувати магнітний момент майже вздовж напрямку, який перпендикулярний до площині поляризації зовнішнього поля. Останній факт був підтверджений чисельно. Існування однорідного режиму прецесії було підтверджено чисельно. У випадку зв'язаного руху головною особливістю є невеликий кут конусу прецесії для легкої осі, який передбачає слабке механічне обертання тіла наночастинок. Нарешті,

вирази втрати потужності отримані для випадку в'язкого обертання наночастинки зі скінченною анізотропією та для спрощених випадків нерухомої наночастинки і нерухомої намагніченості.

Неоднорідний режим є ключовим питанням наших досліджень і був описаний чисельно. Цей режим полягає в періодичних змінах полярних кутів з періодом, який не збігається періодом поля. Активація неоднорідного режиму прецесії супроводжується змінами втрат електроенергії. Однак у разі руху наночастинки із зафіксованою всередині намагніченістю неоднорідна прецесія призводить до зниження втрат потужності. У той же час, у випадку магнітної динаміки всередині нерухомої наночастинки та у випадку зв'язаного руху наночастинки з кінцевою анізотропією у в'язкому носії неоднорідна прецесія пов'язана зі значним збільшенням втрат потужності. Зв'язаний рух демонструє інший тип неоднорідної прецесії, що часто переходить у хаотичний. Цей вид руху реалізований для досить широкого діапазону параметрів. Перемикання між ними та режимами інших типів також пов'язане з різкими модифікаціями втрат електроенергії.

Нарешті, ми спостерігали щонайменше два нові режими, які не існують для жорстко фіксованих випадків наночастинок та жорстких диполів під дією циркулярно-поляризованого поля. Перший новий режим - це хаотична прецесія, яка реалізується двома різними способами: чисто хаотичний, див. рис. 2.6 та повільний хаотичний дрейф легкої вісі з "регулярними" коливаннями магнітного моменту навколо, див. рис. 2.7. Другий новий режим є регулярним, коли повільний дрейф реалізується азимутальними кутами векторів \mathbf{m} і \mathbf{n} , тоді як полярні кути цих векторів коливаються навколо осереднених значень.

Незважаючи на нелінійні ефекти в зв'язаній динаміці, все ще потрібно ретельно дослідити, повідомлені результати дозволяють констатувати наступне. Різкі переходи між різними режимами прецесії є важливим явищем для контролю процесу нагрівання в межах гіпертермії. З одного боку, його можна використовувати для вибору оптимальних параметрів терапії. З іншого боку, нам потрібно пам'ятати про це, щоб запобігти небезпечному перегріванню. Хоча наш підхід не враховує термічного збудження та дипольної взаємодії між наночастинками, його актуальність

очевидна. По-перше, як впливає з наближення фіксованої намагніченості, взаємодія та тепловий шум зменшують ці значення. Тому детермінований підхід встановлює граничні значення втрат електроенергії. По-друге, для досить великих наночастинок (~ 20 нм) та порівняно інтенсивних зовнішніх полів домінуюча регулярна складова в динаміці наночастинок. Отже, детерміністичний підхід дає результати, близькі до правильних.

Було встановлено та проаналізовано прецесійне обертання магнітно-ізотропних феромагнітних наночастинок у в'язкій рідині, викликане за рахунок обертового магнітного поля. Примітною особливістю цього явища є те, що воно виникає, коли зв'язок між магнітною та решітковою підсистемами, що виникає внаслідок магнітокристалічної анізотропії, відсутній. Ми чітко показали, що причиною цього обертання є викликаний дисипацією зв'язок між цими підсистемами.

Ми також обговорювали можливість експериментального виявлення обертання, викликаного дисипацією, ізотропних феромагнітних наночастинок обертовим магнітним полем. Оскільки пряме експериментальне спостереження за обертанням наночастинок видається проблематичним, ми очікуємо, що це явище можна перевірити, порівнюючи прогнозовані та експериментальні магнітні властивості цих систем. Така можливість впливає із сильного дисипаційного зв'язку між магнітною та решітковою підсистемами наночастинок у стаціонарному стані.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Gleich Bernhard, Weizenecker Jürgen. Tomographic imaging using the non-linear response of magnetic particles // *Nature*. — 2005. — Vol. 435. — P. 1214 – 1217. — Access mode: <https://doi.org/10.1038/nature03808>.
2. Progress in applications of magnetic nanoparticles in biomedicine / Q A Pankhurst, N T K Thanh, S K Jones, J Dobson // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 2009. — Vol. 42, no. 22. — P. 224001. — Access mode: <http://stacks.iop.org/0022-3727/42/i=22/a=224001>.
3. Magnetic nanoparticles for drug delivery / Manuel Arruebo, Rodrigo Fernández-Pacheco, M. Ricardo Ibarra, Jesús Santamaría // *Nano Today*. — 2007. — Vol. 2, no. 3. — P. 22 – 32. — Access mode: [https://doi.org/10.1016/S1748-0132\(07\)70084-1](https://doi.org/10.1016/S1748-0132(07)70084-1).
4. Targeted Drug Delivery with Polymers and Magnetic Nanoparticles: Covalent and Noncovalent Approaches, Release Control, and Clinical Studies / Karel Ulbrich, Katerina Hola, Vladimir Subr et al. // *Chem. Rev.* — 2016. — Vol. 116, no. 9. — P. 5338–5431. — Access mode: <https://doi.org/10.1021/acs.chemrev.5b00589>.
5. Magnetic fluid hyperthermia: Focus on superparamagnetic iron oxide nanoparticles / Sophie Laurent, Silvio Dutz, Urs O. Hafeli, Morteza Mahmoudi // *Adv. Colloid Interface Sci.* — 2011. — Vol. 166, no. 1. — P. 8 – 23. — Access mode: <https://doi.org/10.1016/j.cis.2011.04.003>.
6. Fundamentals and advances in magnetic hyperthermia / E. A. Périgo, G. Hemery, O. Sandre et al. // *Appl. Phys. Rev.* — 2015. — Vol. 2, no. 4. — P. 041302. — Access mode: <https://doi.org/10.1063/1.4935688>.
7. Continuous microfluidic immunomagnetic cell separation / David W. Inglis, R. Riehn, R. H. Austin, J. C. Sturm // *Appl. Phys. Lett.* — 2004. — Vol. 85, no. 21. — P. 5093–5095. — Access mode: <https://doi.org/10.1063/1.1823015>.
8. Hejazian Majid, Li Weihua, Nguyen Nam-Trung. Lab on a chip for continuous-flow magnetic cell separation // *Lab Chip*. — 2015. — Vol. 15. — P. 959–970. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1039/C4LC01422G>.
9. Dalili Arash, Samiei Ehsan, Hoorfar Mina. A review of sorting, separation and isolation of cells and microbeads for biomedical applications: microflu-

- idic approaches // *Analyst*. — 2019. — Vol. 144. — P. 87–113. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1039/C8AN01061G>.
10. Synthesis, Functionalization, and Biomedical Applications of Multifunctional Magnetic Nanoparticles / Rui Hao, Ruijun Xing, Zhichuan Xu et al. // *Adv. Mater.* — 2010. — Vol. 22, no. 25. — P. 2729–2742. — Access mode: <https://doi.org/10.1002/adma.201000260>.
 11. Magnetic properties and high heating efficiency of ZnFe_2O_4 nanoparticles / O. V. Yelenich, S. O. Solopan, T. V. Kolodiazhnyi et al. // *Mater. Chem. Phys.* — 2014. — Vol. 146, no. 1. — P. 129 – 135. — Access mode: <https://doi.org/10.1016/j.matchemphys.2014.03.010>.
 12. Magnetic Nanomaterials: Chemical Design, Synthesis, and Potential Applications / Kai Zhu, Yanmin Ju, Junjie Xu et al. // *Acc. Chem. Res.* — 2018. — Vol. 51, no. 2. — P. 404–413. — Access mode: <https://doi.org/10.1021/acs.accounts.7b00407>.
 13. Berkov D. V., Iskakova L. Yu., Zubarev A. Yu. Theoretical study of the magnetization dynamics of nondilute ferrofluids // *Phys. Rev. E*. — 2009. — Feb. — Vol. 79. — P. 021407. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.79.021407>.
 14. Yu. L. Raikher, Stepanov V. I. Power losses in a suspension of magnetic dipoles under a rotating field // *Phys. Rev. E*. — 2011. — Feb. — Vol. 83. — P. 021401. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.83.021401>.
 15. Large-scale ferrofluid simulations on graphics processing units / A.Yu. Polyakov, T.V. Lyutyty, S. Denisov et al. // *Computer Physics Communications*. — 2013. — Vol. 184, no. 6. — P. 1483 – 1489. — Access mode: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010465513000337>.
 16. Rotational properties of ferromagnetic nanoparticles driven by a precessing magnetic field in a viscous fluid / T. V. Lyutyty, S. I. Denisov, V. V. Reva, Yu. S. Bystrik // *Phys. Rev. E*. — 2015. — Oct. — Vol. 92. — P. 042312. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.92.042312>.
 17. Lyutyty T. V., Reva V. V. Energy dissipation of rigid dipoles in a viscous fluid under the action of a time-periodic field: The influence of thermal bath and dipole interaction // *Phys. Rev. E*. — 2018. — May. — Vol. 97. — P. 052611. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.97.052611>.
 18. Denisov S. I., Pedchenko B. O. Drift of suspended ferromagnetic particles

- due to the Magnus effect // Journal of Applied Physics. — 2017. — Vol. 121, no. 4. — P. 043912. — <https://doi.org/10.1063/1.4975031>.
19. Exactly solvable model for drift of suspended ferromagnetic particles induced by the Magnus force / S.I. Denisov, B.O. Pedchenko, O.V. Kvasnina, E.S. Denisova // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2017. — Vol. 443. — P. 89 – 95. — Access mode: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304885317316530>.
 20. Temperature effects on drift of suspended single-domain particles induced by the Magnus force / S. I. Denisov, T. V. Lyutyy, V. V. Reva, A. S. Yermolenko // Phys. Rev. E. — 2018. — Mar. — Vol. 97. — P. 032608. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.97.032608>.
 21. Rosensweig R.E. Heating magnetic fluid with alternating magnetic field // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2002. — Vol. 252. — P. 370 – 374. — Proceedings of the 9th International Conference on Magnetic Fluids. Access mode: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304885302007060>.
 22. Tsebers A. O. Simultaneous rotational diffusion of the magnetic moment and the solid matrix of a single-domain ferromagnetic particle // Magnetohydrodynamics (Engl. Transl.). — 1975. — Vol. 11, no. 3. — P. 273–278. — Access mode: <http://mhd.sal.lv/contents/1975/3/MG.11.3.2.R.html>.
 23. Usov N.A., Liubimov B. Ya. Magnetic nanoparticle motion in external magnetic field // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2015. — Vol. 385. — P. 339 – 346. — Access mode: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304885315002565>.
 24. Usadel K. D., Usadel C. Dynamics of magnetic single domain particles embedded in a viscous liquid // Journal of Applied Physics. — 2015. — Vol. 118, no. 23. — P. 234303. — <http://dx.doi.org/10.1063/1.4937919>.
 25. Usadel Klaus D. Dynamics of magnetic nanoparticles in a viscous fluid driven by rotating magnetic fields // Phys. Rev. B. — 2017. — Mar. — Vol. 95. — P. 104430. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.95.104430>.
 26. Magnetomechanical coupling and ferromagnetic resonance in magnetic nanoparticles / Hedyeh Keshtgar, Simon Streib, Akashdeep Kamra et al. // Phys. Rev. B. — 2017. — Apr. — Vol. 95. — P. 134447. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.95.134447>.

27. Lyutyy T. V., Hryshko O. M., Kovner A. A. Power loss for a periodically driven ferromagnetic nanoparticle in a viscous fluid: The finite anisotropy aspects // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. — 2018. — Vol. 446, no. Supplement C. — P. 87 – 94. — Access mode: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304885317310740>.
28. Lyutyy T.V., Hryshko O.M., Yakovenko M.Yu. Uniform and nonuniform precession of a nanoparticle with finite anisotropy in a liquid: Opportunities and limitations for magnetic fluid hyperthermia // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. — 2019. — Vol. 473. — P. 198 – 204. — Access mode: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304885318322868>.
29. Forced Precession of a Ferromagnetic Nanoparticle with a Finite Anisotropy Suspended in a Liquid: Nonlinear Aspects / T. V. Lyutyy, V. V. Reva, N. S. Petrenko, M. O. Pavlyuk // *J. Nano- Electron. Phys.* — 2019. — Vol. 11, no. 5. — P. 05021. — Access mode: [https://doi.org/10.21272/jnep.11\(5\).05021](https://doi.org/10.21272/jnep.11(5).05021).
30. Lyutyy T. V., Denisov S. I., Hänggi P. Dissipation-induced rotation of suspended ferromagnetic nanoparticles // *Phys. Rev. B*. — 2019. — Oct. — Vol. 100. — P. 134403. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.100.134403>.
31. Energy dissipation in single-domain ferromagnetic nanoparticles: Dynamical approach / T. V. Lyutyy, S. I. Denisov, A. Yu. Peletskyi, C. Binns // *Phys. Rev. B*. — 2015. — Feb. — Vol. 91. — P. 054425. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.91.054425>.
32. Newman J. J., Yarbrough R. B. Motions of a Magnetic Particle in a Viscous Medium // *Journal of Applied Physics*. — 1968. — Vol. 39, no. 12. — P. 5566–5569. — <https://doi.org/10.1063/1.1656014>.
33. Denisov S. I., Lyutyy T. V., Hänggi P. Magnetization of Nanoparticle Systems in a Rotating Magnetic Field // *Phys. Rev. Lett.* — 2006. — Nov. — Vol. 97. — P. 227202. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.97.227202>.
34. Denisov S. I., Polyakov A. Yu., Lyutyy T. V. Resonant suppression of thermal stability of the nanoparticle magnetization by a rotating magnetic field // *Phys. Rev. B*. — 2011. — Nov. — Vol. 84. — P. 174410. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.84.174410>.
35. Weizenecker Jürgen. The Fokker-Planck Equation for Coupled Brown-Néel-

- Rotation // *Physics in Medicine and Biology*. — 2018. — Vol. 63, no. 3. — P. 035004. — Access mode: <http://stacks.iop.org/0031-9155/63/i=3/a=035004>.
36. Bertotti Giorgio, Serpico Claudio, Mayergoyz Isaak D. Nonlinear Magnetization Dynamics under Circularly Polarized Field // *Phys. Rev. Lett.* — 2001. — Jan. — Vol. 86. — P. 724–727. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.86.724>.
37. Switching properties of ferromagnetic nanoparticles driven by a circularly polarized magnetic field / T V Lyutyy, A Yu Polyakov, A V Rot-Serov, C Binns // *Journal of Physics: Condensed Matter*. — 2009. — Vol. 21, no. 39. — P. 396002. — Access mode: <http://stacks.iop.org/0953-8984/21/i=39/a=396002>.
38. Phase diagrams for the precession states of the nanoparticle magnetization in a rotating magnetic field / S.I. Denisov, T.V. Lyutyy, C. Binns, P. Hanggi // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. — 2010. — Vol. 322, no. 9. — P. 1360 – 1362. — Proceedings of the Joint European Magnetic Symposia. Access mode: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304885309009330>.
39. Dynamical and thermal effects in nanoparticle systems driven by a rotating magnetic field / S. I. Denisov, T. V. Lyutyy, P. Hänggi, K. N. Trohidou // *Phys. Rev. B*. — 2006. — Sep. — Vol. 74. — P. 104406. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.74.104406>.
40. Bertotti Giorgio, Mayergoyz Isaak D., Serpico Claudio. Chapter 6 - Magnetization Switching // *Nonlinear Magnetization Dynamics in Nanosystems* / Ed. by Giorgio Bertotti, Isaak D. Mayergoyz, Claudio Serpico. — Oxford : Elsevier, 2009. — Elsevier Series in Electromagnetism. — P. 127 – 152. — Access mode: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780080443164000086>.
41. C.Thirion, W.Wernsdorfer, D.Mailly. Switching of magnetization by nonlinear resonance studied in single nanoparticles // *Nat Mater*. — 2003. — Vol. 2, no. 8. — P. 524–527. — <http://dx.doi.org/10.1038/nmat946>.
42. Precessional dynamics of single-domain magnetic nanoparticles driven by small ac magnetic fields / Haiwen Xi, Kai-Zhong Gao, Yiming Shi, Song Xue // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 2006. — Vol. 39, no. 22. — P. 4746. — Access mode: <http://stacks.iop.org/0022-3727/39/i=22/a=002>.

43. Lyuty T. V. Dynamics and energy dissipation of a rigid dipole driven by the RF-field in a viscous fluid: Deterministic approach // *The European Physical Journal E*. — 2018. — Dec. — Vol. 41, no. 12. — P. 142. — Access mode: <https://doi.org/10.1140/epje/i2018-11756-x>.
44. Álvarez Luis Fernández, Pla Oscar, Chubykalo Oksana. Quasiperiodicity, bistability, and chaos in the Landau-Lifshitz equation // *Phys. Rev. B*. — 2000. — May. — Vol. 61. — P. 11613–11617. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.61.11613>.
45. Chaotic dynamics of a magnetic nanoparticle / J. Bragard, H. Pleiner, O. J. Suarez et al. // *Phys. Rev. E*. — 2011. — Sep. — Vol. 84. — P. 037202. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.84.037202>.
46. Vagin D. V., Polyakov O. P. Control of chaotic and deterministic magnetization dynamics regimes by means of sample shape varying // *Journal of Applied Physics*. — 2009. — Vol. 105, no. 3. — P. 033914. — <https://doi.org/10.1063/1.3075838>.
47. Gilbert T. L. A phenomenological theory of damping in ferromagnetic materials // *IEEE Transactions on Magnetics*. — 2004. — Nov. — Vol. 40, no. 6. — P. 3443–3449.
48. Mean first-passage times for an ac-driven magnetic moment of a nanoparticle / S. I. Denisov, K. Sakmann, P. Talkner, P. Hänggi // *EPL (Europhysics Letters)*. — Vol. 76, no. 6. — P. 1001.
49. Rapidly driven nanoparticles: Mean first-passage times and relaxation of the magnetic moment / S. I. Denisov, K. Sakmann, P. Talkner, P. Hänggi // *Phys. Rev. B*. — 2007. — May. — Vol. 75. — P. 184432. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.75.184432>.
50. Barnett S. J. Magnetization by Rotation // *Phys. Rev.* — 1915. — Oct. — Vol. 6. — P. 239–270. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.6.239>.
51. Observation of Barnett fields in solids by nuclear magnetic resonance / Hiroyuki Chudo, Masao Ono, Kazuya Harii et al. // *Appl. Phys. Express*. — 2014. — may. — Vol. 7, no. 6. — P. 063004. — Access mode: <https://doi.org/10.7567%2Fapex.7.063004>.
52. Magnetic pseudo-fields in a rotating electron-nuclear spin system / A. A. Wood, E. Lilette, Y. Y. Fein et al. // *Nature Phys.* — 2017. — Aug. —

- Vol. 13. — P. 1070. — Access mode: <https://doi.org/10.1038/nphys4221>.
53. Arabgol Mohsen, Sleator Tycho. Observation of the Nuclear Barnett Effect // Phys. Rev. Lett. — 2019. — May. — Vol. 122. — P. 177202. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.122.177202>.
54. Guimarães A. P. Principles of Nanomagnetism. — 2nd edition. — Springer, New York, 2017. — Access mode: <https://www.springer.com/gp/book/9783642261114>.