МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ЦЕНТР ЗАОЧНОЇ, ДИСТАНЦІЙНОЇ ТА ВЕЧІРНЬОЇ ФОРМ НАВЧАННЯ

КАФЕДРА КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК

ВИПУСКНА РОБОТА

на тему:

«Комп'ютерне моделювання доходів фірми»

Завідувач випускаючої кафедри	**Довбиш А.С.**
Керівник роботи	**Боровик В.О.**
Студент гр. ІНз-61С	**Новак О.Ю.**

СУМИ 2020

Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет
Центр заочної, дистанційної та вечірньої форм навчання

кафедра комп'ютерних наук

Затверджую___________
Зав. кафедрою Довбиш А.С.
"_____" ____________2020 р.

ЗАВДАННЯ
до випускної роботи

Студента четвертого курсу, групи ІНз-61с, спеціальність «Інформатика», заочної форми навчання Новака О.Ю.

Тема: «Комп'ютерне моделювання доходів фірми»

Затверджена наказом СумДУ

№________ від ___________2020 р

Зміст пояснювальної записки (перелік питань, які мають бути розглянуті): огляд відомих рішень в області парного та багатофакторного регресійного аналізу даних та його практична реалізація.

Дата видачі завдання «_____»____________2020 р.

Керівник випускної роботи _________ Боровик В.О.

Завдання прийняв до виконання _________ Новак О.Ю.

РЕФЕРАТ

Записка: стор. – 46, рис. – 9, табл. – 2, додаток – 1, джерел – 7.

Об'єкт дослідження – чистий прибуток фірми РА «СУМЩИНА».

Мета роботи – побудова економіко-математичної моделі для прогнозування чистого прибутку фірми.

Методи дослідження – парний та множинний кореляційний та регресійний аналіз, метод найменших квадратів для оцінювання невідомих параметрів, прогнозування за допомогою часових рядів.

Результати – побудована багатофакторна регресійна модель прогнозування чистого прибутку фірми РА «СУМЩИНА», а також сформовані моделі залежності досліджуваних факторів від часу. Отримані моделі якісні та адекватні. Помилка розрахованих прогнозованих значень за цими моделями не перевищує 5%.

Розрахунки проводились з використанням EXCEL.

КОРРЕЛЯЦІЙНИЙ АНАЛІЗ, МНОЖИННИЙ РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ, КОЕФФІЦІЄНТ ДЕТЕРМІНАЦІЇ, КРИТЕРІЙ СТЬЮДЕНТА, F-КРИТЕРІЙ ФІШЕРА.

ЗМІСТ

ВСТУП

Правильно підібрані статистичні та математичні методи дають змогу отримати об’єктивну оцінку стану та розвитку суспільно-економічних явищ і процесів.

Для економетричних розрахунків необхідно підбирати такі статистичні та математичні методи, на основі яких приймаються управлінські рішення, які б могли точно і адекватно відобразити економічний процес. Тільки у цьому випадку може бути знайдено найкращий логічний шлях для прийняття рішень, пов’язаних з пошуками оптимальних економічних результатів.

Математичні моделі дозволяють передбачити хід процесу, розрахувати цільову функцію (вихідні параметри процесу), керувати процесом, проектувати системи з бажаними характеристиками [2].

Очевидно, що завдяки математичним моделям можна в значній мірі зменшити витрати на спостереження за системою, а найголовніше – робити обгрунтовані висновки щодо її поведінки в майбутньому.

Актуальність роботи. При нинішній високій конкуренції на ринку праці кожна фірма може відчути потребу прогнозування наслідків певних дій. Саме комп'ютерне моделювання дає можливість проаналізувати діяльність фірми, виявити закономірності у її функціонуванні, та, на основі цих даних, побудувати прогноз для подальшого успішного її функціонування.

Практична значимість полягає в тому, що отримані результати мають надати можливість розробки системи управлінських рішень щодо формування та використання прибутку та визначення основних напрямів розвитку підприємства в майбутньому.

1 ІНФОРМАЦІЙНИЙ ОГЛЯД

Економетрична модель – різновид економіко-математичної моделі, параметри якої оцінюються за допомогою методів математичної статистики [5].

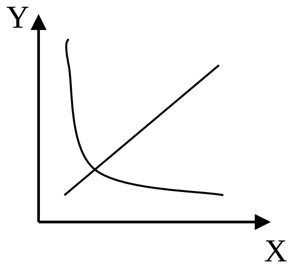
Одним з основних підходів у вимірі зв’язку між досліджуваними показниками в економетричній моделі є кореляційно-регресивний аналіз. Він являє собою комплекс методів, за допомогою яких визначається вид рівняння для досліджуваних показників та розрахунок їх параметрів (регресивний аналіз), а також встановлення тісноти та значимості зв’язку між змінними у рівнянні або рівняннях (кореляційний аналіз).

Варто відрізняти кореляційний зв’язок від функціонального. Для вивчення кореляційних зв’язків використовуються методи кореляційного і регресійного аналізу. Кореляційні методи застосовуються для опису взаємодії випадкових величин; методи регресійного аналізу – при дослідженні зв’язку між випадковими значеннями функції і невипадковими значеннями аргументів [1]. Кореляційна залежність виявляє тенденцію у відношенні Y та X.

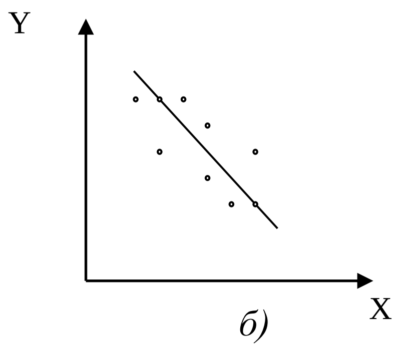
Функціональний зв’язок – це такий зв’язок, при якому кожному значенню незалежної перемінної (аргументу) відповідає строго визначена величина залежної перемінної (функції). Функціональний зв’язок часто називають повним зв’язком, оскільки в ньому відбивається вся безліч причинно-наслідкових відношень, що існують між розглянутими ознаками [5].

Кореляційний зв’язок є неповним статистичним зв’язком. При кореляційній взаємодії на показник-функцію впливають не тільки фактори-аргументи, відібрані в процесі дослідження, але й безліч інших ознак, що не піддаються вивченню в силу недосконалості статистичного обліку, труднощі обчислення і т. п. []

При кореляційному зв’язку кожному значенню незалежної перемінної можуть відповідати декілька значень (статистичний розподіл) функції [5].



а)



б)

Рисунок 1.1 – Види зв'язків:

а) функціональний зв'язок; б) кореляційний зв'язок

Термінологія, яка використовується в економіко-математичному моделюванні [5]:

Система (у перекладі з грецької – ціле, складене з частин) – це множина взаємозв'язаних елементів, які складають певну єдність.

Моделлю називається наближене чи спрощене відтворення найважливіших сторін, особливостей і характеристик систем, явищ і процесів, що вивчаються.

Економетричні (статистичні) моделі призначені для аналізу і прогнозування економічних явищ, що розглядаються в умовах невизначеності вхідних даних і реалізуються методами математичної статистики.

Економіко-математичні методи – узагальнена назва комплексу економіко-математичних підходів, об'єднаних для вивчення економіки та призначених для побудови, реалізації і дослідження економічних моделей.

Параметри – це чисельні ознаки показників, такі як норми витрат сировини, матеріалів, часу на виробництво тощо.

Регресія – це статистичний метод, який дозволяє знайти рівняння, що найкращим чином описує масив фактичних даних (спостережень).

В усіх випадках необхідно, щоб модель мала достатньо детальний опис об'єкту, який дозволяв би здійснювати вимір економічних величин та їх взаємозв'язок, щоб були виділені фактори, які впливають на досліджувані показники [5].

В регресійному аналізі розрізняють рівняння парної (простої) та множинної (багатофакторної) регресії.

Коли зв’язок із залежною змінною *Y* здійснюється з одним видом незалежних змінних *X*, то рівняння регресії є найпростішим і має назву рівняння парної регресії (проста модель). Якщо залежна змінна *Y* пов'язана з декількома видами незалежних змінних X_j $(j=1...m)$, то така залежність має назву рівняння множинної регресії.

У загальному вигляді проста вибіркова регресійна модель запишеться так:

$$Y = f(X) + u,$$

де X – незалежна змінна, Y – залежна змінна, u – випадкова складова [1].

Незалежні фактичні змінні ***X*** найчастіше бувають детермінованими і вони є наперед заданими змінними, або вхідними показниками для економічної системи, що вивчається.

Випадкові складові ***u*** називають ще стохастичними складовими, помилками або, частіше, залишками. Вони є наслідками помилок спостережень, містять у собі вплив усіх випадкових факторів, а також факторів, які не входять до моделі [5].

Економіко-математичні моделі можна класифікувати за такими ознаками:

1) призначенням;
2) ступеню ймовірності;
3) способу опису;
4) способу обліку змінювання процесу за часом;
5) точності математичного відображення явищ, що розглядаються [1].

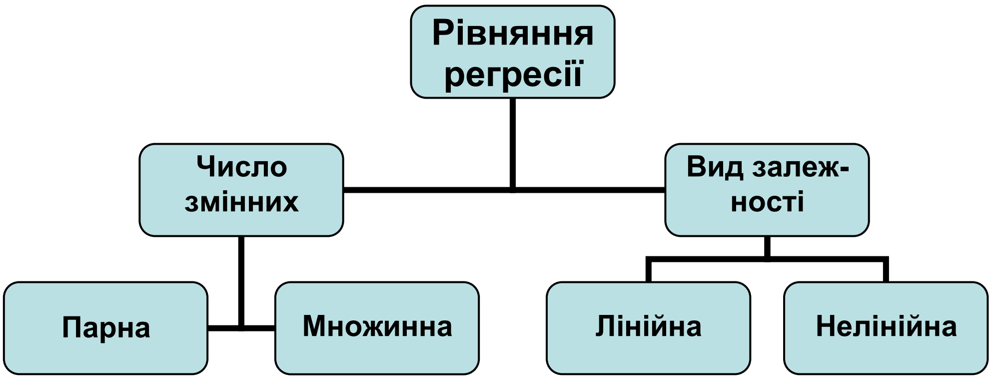


Рисунок 1.2 – Класифікація економіко-математичних моделей

Основні етапи економетричного моделювання [5]:

- постановка задачі: вибір конкретної форми аналітичної залежності між економічними показниками (специфікація моделі) на підставі відповідної економічної теорії;
- збір та підготовка статистичної інформації;
- оцінювання параметрів моделей;
- перевірка адекватності моделі та достовірності її параметрів;
- економічні висновки;
- застосування моделі для прогнозування розвитку економічних процесів з метою подальшого керування ними.

2 ВИБІР МЕТОДУ РОЗВ’ЯЗКУ

2.1 Специфікація моделі

Економетрична модель базується на єдності двох аспектів – теоретично-якісного аналізу взаємозв’язків та емпіричної інформації. Теоретична інформація знаходить своє відображення в специфікації моделі [5].

Специфікація моделі – це аналітична форма економетричної моделі. Вона складається з певного виду функції чи функцій, що використовуються для побудови моделей, має ймовірнісні характеристики, які притаманні стохастичним залишкам моделі [1].

З досвіду економетричних досліджень, а також на підставі якісного теоретичного аналізу взаємозв’язків між економічними показниками, можна навести клас функцій, які можуть описувати ці взаємозв’язки:

1) лінійна функція:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_m x_m;$$

2) степенева функція:

$$y = a_0 \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \ldots x_m^{a_m} \Rightarrow \ln y = \ln a_0 + a_1 \ln x_1 + a_2 \ln x_2 + \ldots + a_m \ln x_m;$$

3) гіпербола:

$$y = a_0 + \frac{a_1}{x_1} + \frac{a_2}{x_2} + \ldots + \frac{a_m}{x_m} \Rightarrow y = a_0 + a_1 z_1 + a_2 z_2 + \ldots + a_m z_m,$$

де $z_j = \frac{1}{x_j}$;

4) квадратична функція:

$$y = a_0 + a_1 x_1^2 + a_2 x_2^2 + \ldots + a_m x_m^2 \Rightarrow y = a_0 + a_1 t_1 + a_2 t_2 + \ldots + a_m t_m$$

,

де $t_j = x_j^2$.

У цих функціях: ***y*** – залежна змінна; $x_j, j=\overline{1,m}$ – незалежні (або пояснювальні) змінні; a_j, $j=\overline{0,m}$ – параметри функцій.

Серед наведених вище видів функцій три останні є нелінійними. Але за допомогою перетворення залежної і незалежних змінних ці функції можна звести до лінійних. Отже, всі записані функції можуть бути реалізовані на практиці, як лінійні.

Оскільки лінійні функції найпоширеніші в економетричному моделюванні, то це твердження може пояснити той факт, що економетричні методи обгрунтовуються, як правило, на базі лінійних моделей.

Маючи на увазі, що вибір аналітичної форми економетричної моделі не може розглядатись без конкретного переліку незалежних змінних, специфікація моделі передбачає добір чинників для економетричного дослідження.

При цьому в процесі такого дослідження можна кілька разів повертатись до етапу специфікації моделі, уточнюючи перелік незалежних змінних та вид функції, що застосовується. Адже коли вид функції та її складові не відповідають реальним залежностям, то йдеться про помилки специфікації.

Помилки специфікації моделі можуть бути трьох видів:

1) ігнорування істотної пояснюючої змінної при побудові економетричної моделі;

2) введення до моделі незалежної змінної, яка не стосується вимірюваного зв’язку;

3) використання не відповідних математичних форм залежності.

Перша з цих помилок призводить до зміщення оцінок, причому зміщення буде тим більшим, чим більша кореляція між введеними та не введеними до моделі змінними, а напрям зміщення залежить від знака оцінок параметрів при введених змінних і від характеру кореляції між введеними та не введеними змінними. Оцінки параметрів також будуть зміщеними (у такому разі вони вищі), тому застосування способів перевірки їх значущості може призвести до хибних висновків щодо значень параметрів генеральної сукупності [1].

Друга помилка специфікації. В цьому разі, якщо до моделі вводиться змінна, яка неістотно впливає на залежну змінну, то (на відміну від першої помилки специфікації) оцінки параметрів моделі будуть незміщеними. Причому за допомогою звичайних процедур можна дістати також незміщені оцінки дисперсій цих параметрів. Але це не означає, що економетричну модель можна беззастережно розширювати за рахунок «неістотних» змінних. По-перше, існує ненульова ймовірність того, що в результаті використання вибіркових даних змінна, яка зовсім не стосується моделі, покаже істотний зв'язок із залежною змінною. А це означає, що кількісний зв'язок між змінними буде виміряний неправильно.

Третя помилка специфікації. Припускається, що залежна змінна є лінійною функцією від деякої пояснювальної змінної, тоді як насправді тут краще підійшла б квадратична, кубічна чи якась поліноміальна залежність вищого порядку. У цьому разі наслідки такі самі, як і при першій помилці, тобто оцінки параметрів моделі матимуть зміщення.

Наведене зауваження може бути узагальнене тією мірою, якою теорема Тейлора придатна для того, щоб зобразити різні функції у вигляді суми степеневого ряду, забезпечуючи (принаймні для більшості випадків) збіжність цього ряду. Так, часто функцію незалежної змінної ***X*** можна розкласти в деякій точці в степеневий ряд, причому за таку точку, як правило, беруть середнє значення $\bar{x}$ (або нульове значення пояснювальної змінної):

$$f(x) = f(\bar{x}) + \frac{f(\bar{x})}{1!}(x - \bar{x}) + \frac{f(\bar{x})}{2!}(x - \bar{x})^2 + \ldots$$

За таких умов найпростішу економетричну модель можна розглядати як найбільш спрощену характеристику зв'язків між двома змінними та випадковим відхиленням:

$$y_i = f(x_i) + u_i\ .$$

Використання квадратичної функції

$$f\left(x_i\right) = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2$$

в моделі $y_i = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + u_i$ не лише забезпечує опуклість функції, яка добирається, а може й розглядатись як найкраща апроксимація розкладу в ряд Тейлора.

Питання про вибір найкращої форми залежності має базуватися на перевірці ступеня узгодженості виду функції з вихідними даними спостережень [5].

У класичній лінійній економетричній моделі змінна ***u*** інтерпретується як випадкова змінна, яка має розподіл з математичним сподіванням, що дорівнює нулю, і сталою дисперсією σ_u^2. Це дає змогу розглядати змінну ***u*** як стохастичне збурення (помилку, відхилення). З огляду на те, що ***u*** охоплює вплив багатьох чинників, які можна вважати незалежними, на підставі центральної граничної теореми теорії ймовірностей, доходимо висновку: стохастична складова економетричної моделі розподілена за нормальним законом [1].

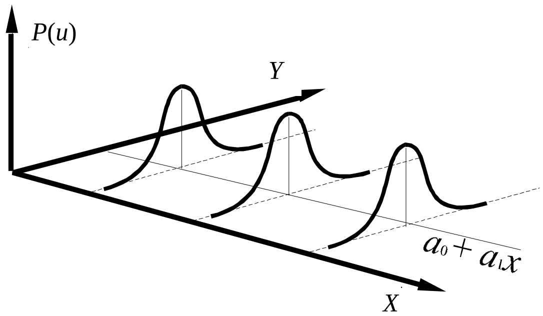


Рисунок 2.1 – Розподіл залишків

Щодо нашого прикладу, коли витрати на споживання перебувають у лінійній залежності від доходу сімей, а змінна ***u*** є випадковою складовою, можна графічно зобразити цю залежність за умови, що величина доходів упорядкована від меншого значення до більшого (рис. 2.1).

Розподіл імовірностей $P(u)$ групуватиметься при цьому навколо лінії регресії $\hat{a}_0 + \hat{a}_1 X$. Можливо, у цьому прикладі доцільніше було б припускати, що дисперсія відхилення ***u*** зростає зі збільшенням доходу ***X*** [1]. Ця особливість буде розглянута пізніше, оскільки вона може бути притаманна й іншим економічним залежностям (наприклад, залежності заощаджень від доходу, дивідендів від прибутку і т. ін.) [5].

2.3 Оцінювання параметрів моделі методом найменших квадратів

Розглянемо приклад простої економетричної моделі:

$$\hat{Y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 X. \tag{2.1}$$

Щоб оцінити параметри моделі (2.1), необхідно сформувати вихідну сукупність спостережень. Зобразимо кожну пару спостережень у системі координат. У результаті дістанемо кореляційне поле точок (рис. 2.2).

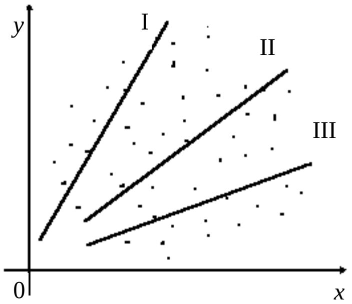


Рисунок 2.2 – Кореляційне поле точок

На підставі гіпотези про лінійність зв’язку між змінними (див. рис. 2.2), через кореляційне поле точок можна провести безліч прямих ліній, які різняться між собою параметрами $\hat{a}_0$ і $\hat{a}_1$.

Не доцільно знаходити параметри економетричної моделі, мінімізуючи суму лінійних відхилень фактичних витрат на споживання від розрахункових, бо вона може дорівнювати нулю, якщо сума від’ємних і додатних відхилень буде однаковою. Тому мінімізації підлягає сума квадратів відхилень, і величина її залежатиме безпосередньо від розсіювання точок навколо лінії регресії, а саме:

$$\min\left\{\sum_{i=1}^{n} u_i^2\right\} = f\left(\hat{a}_0, \hat{a}_1\right).$$

Принцип найменших квадратів відхилень полягає в знаходженні таких $\hat{a}_0$ і $\hat{a}_1$, для яких $\sum_{i=1}^{n} u_i^2$ найменша. Необхідна умова для цього – перетворення на нуль похідних цієї функції за кожним із параметрів $\hat{a}_0$ і $\hat{a}_1$. Метод, який реалізує принцип найменших квадратів, називається методом найменших квадратів (1МНК). Оскільки

$$\sum_{i=1}^{n} u_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{a}_0 - \hat{a}_1 x_i)^2,$$

то

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\left(\sum\limits_{i=1}^{n} u_i^2\right)}{\partial a_0} = -2\sum\limits_{i=1}^{n} (y_i - \hat{a}_0 - \hat{a}_1 x_i) = 0; \\ \dfrac{\partial\left(\sum\limits_{i=1}^{n} u_i^2\right)}{\partial a_1} = -2\sum\limits_{i=1}^{n} x_i (y_i - \hat{a}_0 - \hat{a}_1 x_i) = 0. \end{cases}$$

Виконавши елементарні перетворення, дістанемо систему нормальних рівнянь [1]:

$$\begin{cases} n\hat{a}_0 + \hat{a}_1 \sum\limits_{i=1}^{n} x_i = \sum\limits_{i=1}^{n} y_i; \\ \hat{a}_0 \sum\limits_{i=1}^{n} x_i + \hat{a}_1 \sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum\limits_{i=1}^{n} x_i y_i. \end{cases} \qquad (2.2)$$

Підставимо в систему (2.2) значення $\sum_{i=1}^{n} x_i$, $\sum_{i=1}^{n} y_i$, $\sum_{i=1}^{n} x_i^2$, $\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$, які можна дістати на підставі сукупності спостережень, і розв’яжемо її відносно невідомих параметрів $\hat{a}_0$ і $\hat{a}_1$:

$$\hat{a}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 - n\sum_{i=1}^{n} x_i^2};$$

$$\hat{a}_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sum_{i=1}^{n} y_i}{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 - n\sum_{i=1}^{n} x_i^2}.$$

Оскільки оцінки найменших квадратів такі, що лінія регресії обов’язково проходить через точку середніх значень ($\bar{x}, \bar{y}$), то оцінки параметрів моделі можна знайти дещо інакше.

Поділивши перше рівняння системи (2.2) на ***n***, дістанемо:

$$\bar{Y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \bar{X} \,. \tag{2.3}$$

Віднімемо (2.3) від (2.1):

$$\hat{Y} - \bar{Y} = \hat{a}_1 (X - \bar{X}) \,.$$

Нехай $Y_i - \bar{Y} = y_i$, $X_i - \bar{X} = x_i$ і $\hat{Y} - \bar{Y} = \hat{y}_i$,

тоді

$$\hat{y} = \hat{a}_1 x \,,$$

а відхилення фактичних значень від розрахункових будуть такі:

$$u_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - \hat{a}_1 x_i \,.$$

Сума квадратів залишків при цьому

$$\sum_{i=1}^{n} u_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{a}_1 x_i)^2 \,.$$

Мінімізація цієї суми за невідомим параметром $\hat{a}_1$ дає співвідношення

$$\hat{a}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2} \,.$$

Крім того, можна помітити, що $\frac{\partial^2(\sum_{i=1}^{n} u_i^2)}{\partial \hat{a}_1^2} = 2\sum_{i=1}^{n} x_i^2$, тобто друга похідна за параметром $\hat{a}_1$ від суми квадратів відхилень додатна. Отже, знайдене значення $\hat{a}_1$ відповідає мінімуму суми квадратів відхилень [5].

Параметр $\hat{a}_0$ можна обчислити, використавши співвідношення (2.3):

$$\hat{a}_0 = \overline{Y} - \hat{a}_1 \overline{X}.$$

2.4 Передумови застосування методу найменших квадратів (1МНК)

Нехай економетрична модель у матричній формі має вигляд [1]:

$$Y = XA + u, \tag{2.4}$$

де Y – вектор значень залежної змінної; X – матриця незалежних змінних розміром $n \times m$ (n – число спостережень, m – кількість незалежних змінних); A – вектор оцінок параметрів моделі; u – вектор залишків.

Щоб застосувати 1МНК для оцінки параметрів моделі, необхідне виконання таких умов:

1) математичне сподівання залишків дорівнює нулю, тобто

$$M(u) = 0; \tag{2.5}$$

2) значення $\boldsymbol{u_i}$ вектора залишків $\boldsymbol{u}$ незалежні між собою і мають постійну дисперсію, тобто

$$M(uu') = \sigma^2 E,$$

де $\boldsymbol{E}$ – одинична матриця;

3) незалежні змінні моделі не пов’язані із залишками:

$$M(x'u) = 0;$$

4) незалежні змінні моделі утворюють лінійно незалежну систему векторів, або, іншими словами, незалежні змінні не повинні бути мультиколінеарними, тобто $|X'X| \neq 0$:

$$\operatorname{var}(x_k' x_j) = 0, \quad k \neq j; \tag{2.6}$$

$$\operatorname{var}(x_k' x_j) = 1, \quad k = j\,,$$

де X_k – k-й вектор матриці пояснювальних змінних; X_j – j-й вектор цієї матриці пояснювальних змінних X, $k = \overline{1,m}$, $j = \overline{1,m}$.

2.5 Оператор оцінювання 1МНК

Скористаємося моделлю (2.1), для якої виконуються умови (2.5)–(2.6), щоб оцінити параметри методом 1МНК [5].

Рівняння (2.4) подамо у вигляді: $u = Y - XA$. Тоді суму квадратів залишків ***u*** можна записати так:

$$\sum_{i=1}^{n} u^2 = u'u = (Y - XA)'(Y - XA) = Y'Y - 2A'X'Y + A'X'XA.$$

Продиференціюємо цю умову за A і прирівняємо похідні до нуля:

$$\frac{\partial(u'u)}{\partial A} = -2X'Y + 2X'XA = 0,$$

або

$$X'XA = X'Y. \tag{2.7}$$

Тут X' – матриця, транспонована до матриці незалежних змінних X.

Звідси

$$A = (X'X)^{-1} X'Y \tag{2.8}$$

Рівняння (2.7) дає матричну форму запису системи нормальних рівнянь, а формула (2.8) показує, що значення вектора А є розв’язком системи таких рівнянь.

Нескладно показати, що оцінки $\hat{A}$, мінімізують суму квадратів залишків ***u***. При цьому значення вектора $\hat{A}$ є розв’язком, так званої, системи нормальних рівнянь

$$(X'X)\hat{A} = X'Y\,.$$

Якщо незалежні змінні в матриці X взяті як відхилення кожного значення від свого середнього, то матрицю $X'X$ називають матрицею моментів.

Числа, що розміщені на її головній діагоналі, характеризують величину дисперсій незалежних змінних, інші елементи відповідають взаємним коваріаціям. Отже, структура матриці моментів відбиває зв'язки між незалежними змінними. Чим ближчі показники коваріацій до величини дисперсій, тим ближчий визначник матриці $X'X$ до нуля і тим гірші оцінки параметрів $\hat{A}$. Далі буде показано, що стандартні помилки параметрів $\hat{A}$ прямо пропорційні до значень, розміщених на головній діагоналі матриці $(X'X)^{-1}$.

2.6 Оцінка тісноти та значимості зв'язку між змінними моделі

Після вибору виду рівняння регресії та знаходження його параметрів розпочинають наступний етап – кореляційний аналіз, тобто дають оцінку тісноти та значимості зв'язку змінних у регресійній моделі [1].

Тісноту зв'язку між залежною змінною Y та незалежною змінною X оцінюють за допомогою статистичних характеристик: коефіцієнта детермінації, коефіцієнта кореляції. За допомогою цих коефіцієнтів перевіряється відповідність побудованої регресійної моделі (теоретичної) фактичним даним [5].

У поняття «тіснота зв'язку» вкладається оцінка впливу незалежної змінної (X) на залежну змінну (Y).

Після встановлення тісноти зв'язку між змінними моделі характеризують значимість зв'язку, яка в кореляційному аналізі частіше всього здійснюється за допомогою F-критерію Фішера.

Коефіцієнт детермінації

Коефіцієнт детермінації показує, якою мірою варіація залежної змінної (результативного показника) **Y** визначається варіацією незалежної змінної (вхідного показника) **X**. Тобто дається відповідь на запитання, чи справді зміна значення **Y** лінійно залежить саме від зміни значення **X**, а не відбувається під впливом різних випадкових факторів. Він використовується як при лінійному, так і при нелінійному зв'язку між змінними та розраховується за формулою [5]:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_{розр} - Y_{сер})^2}{\sum_{i=1}^{n}(Y_{факт} - Y_{сер})^2},$$

де $Y_{розр}$ – теоретичні значення залежної змінної на підставі побудованої регресійної моделі; $Y_{сер}$ – загальна середня фактичних даних залежної змінної; $Y_{факт}$ – фактичні індивідуальні значення залежної змінної.

Коефіцієнт детермінації приймає значення від 0 (відсутній лінійний зв'язок між показниками) до 1 (відсутній кореляційний зв'язок між показниками) [1].

F-критерій Фішера

Тестування значимості змінної **X**, або адекватності моделі проводиться за критерієм Фішера [5]. Перевіряється, чи справді незалежна **X** впливає на значення залежної **Y**.

Використовуючи суми квадратів відхилень, обчислимо F-критерій Фішера за формулою:

$$F_{розр} = \frac{\sum(Y_{факт} - Y_{сер})^2}{\sum(Y_{факт} - Y_{розр})^2}.$$

Розрахунковий критерій Фішера з урахуванням ступенів вільності обчислюємо за формулою:

$$F_{розр} = \frac{\sum(Y_{розр} - Y_{сер})^2 / m}{\sum(Y_{факт} - Y_{сер})^2 / (n-m-1)}$$

де m, (n–m–1) – число ступенів вільності відповідно чисельника та знаменника залежності; n – кількість спостережень; m – кількість незалежних змінних.

Тестування значимості змінної X за критерієм Фішера складається з наступних етапів:

- Формулюється нуль-гіпотеза: H_0: $\beta_1 = 0$.
- Задається рівень значимості α (наприклад, 5%).
- Обчислюється F-відношення.
- За таблицями F-розподілу Фішера знаходиться F-критичне значення при заданому рівні значимості (або помилки) та за ступенями вільності f_1 та f_2 .

Якщо за своїми значеннями $F_{розр} > F_{табл}$, то можна зробити висновок про адекватність побудованої моделі [1].

2.7 Оцінка точності моделі

Визначаємо стандартні похибки оцінок параметрів моделі з урахуванням дисперсії залишків [5]:

$$S_{\beta_j} = \sqrt{\sigma_u^2 c_{kj}} ,$$

де σ_u^2 – дисперсія залишків:

$$\sigma_u^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} u_i^2}{n - m_1} , \qquad (2.9)$$

c_{kj} – елемент матриці похибок **C** (матриця, обернена до матриці коефіцієнтів системи нормальних рівнянь); m_1 – кількість параметрів моделі.

В залежності від значення стандартної похибки робиться висновок про ступінь незміщеності оцінок параметрів.

Коли стандартні помилки параметрів S_{β_j} не перевищують абсолютні значення цих параметрів, то це може означати, що оцінки параметрів є незміщеними відносно їх істотних значень. Параметри можуть мати зміщення, яке обумовлене невеликою сукупністю спостережень [5].

Порівнюються стандартні похибки оцінки з величиною оцінки: $\frac{S_{\beta_j}}{\beta_j}100$. Якщо ці величини є невеликими (менше 10%) – це характеризує модель з хорошої сторони.

Визначається також середньоквадратичне відхилення (похибка) [1]:

$$S_{yx} = \pm\sqrt{\frac{\sum(Y_{факт} - Y_{розр})^2}{n-1}}.$$

Якщо $S_{yx} = \pm 0{,}55$, то це свідчить про те, що фактичні значення Y відхиляються від розрахункових його значень на $\pm 0{,}55$ тис.грн./чол.

Теорія похибок рекомендує при кількості вибірок менше від 25–30 у знаменнику підкореневої дробі використовувати (n-1) замість n.

Відносна похибка

$$\sigma = \frac{S_{yx}}{Y_{сер}} \cdot 100.$$

Величина відносної похибки теоретично в економічних розрахунках повинна складати не більше 6% [5].

2.8 Оцінка статистичної значущості параметрів моделі

Для перевірки значущості коефіцієнтів регресії застосовуємо t – критерій Стьюдента, за допомогою якого перевіряють, чи значуще a_i відрізняється від нуля. Висуваємо гіпотези:

$$H_0:\ a_i = 0; \quad H_1:\ a_i \neq 0.$$

Обчислюємо критеріальне значення $t_{a_i} = \frac{a_i - 0}{\sigma_{a_i}}$, яке має розподіл Стьюдента з n-k ступенями вільності, де

$$\sigma_{a1} = \frac{\sigma_\varepsilon}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}};\ \sigma_\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum \varepsilon_i^2}{n-2}};\ \sigma_{a_0} = \sqrt{\sigma_\varepsilon^2 \frac{\sum x_i^2}{n\sum(x_i - x)}};\ \sum \varepsilon_i^2 = \sum(y_i - \bar{y}_i)^2,$$

n – кількість спостережень; k – кількість параметрів регресії [5].

Якщо $|t_{a_i}| < t_{кр}$, a_i – статистично незначуще, а якщо $|t_{a_i}| > t_{кр}$, a_i – статистично значуще.

Якщо виникає ситуація, що a_i статистично незначуще і відрізняється від нуля, то це означає, що вплив *i*-го фактору на досліджувану змінну нестабільний [1].

.

2.9 Прогнозування за лінійною моделлю

Якщо побудована модель адекватна за F-критерієм [5], то її застосовують для прогнозування залежної змінної. Про прогнозування за моделлю говорять тоді, коли в часових рядах прогнозний період настає пізніше, ніж базовий. Якщо регресія побудована за просторовими даними, прогноз стосується тих елементів генеральної сукупності, що перебувають за межами застосованої вибірки.

Припустимо, що ми побудували модель та оцінили параметри методом найменших квадратів. На підставі побудованої моделі можна знайти прогнозні значення матриці залежних змінних $Y_{пр}$, які відповідають очікуваним значенням матриці незалежних змінних $X_{пр}$.

Прогноз на перспективу буває двох видів: точковий та інтервальний.

Незміщена оцінка точкового прогнозу може розглядатися як точкова оцінка математичного сподівання прогнозного значення $Y_{пр}$ [1]:

$$M\left[Y_{пр}(X_{пр})\right] = BX_{пр},$$

а також як індивідуальне значення $Y_{пр}$ для матриці незалежних змінних $X_{пр}$, що лежать за межами базового періоду $Y_{пр} = BX_{пр}$.

Дисперсія похибки прогнозу дорівнює [5]:

$$\sigma_{п}^2 = \sigma_u^2 X'_{пр}(X'X)^{-1}X_{пр} = X'_{пр}\,\mathrm{var}(B)X_{пр},$$

де σ_u^2 – дисперсия залишків u, яка розраховується за формулою (2.9);

var*(B)* – дисперсійно-коваріаційна матриця, яка записується у вигляді [1]:

$$\operatorname{var}(B) = \begin{vmatrix} \sigma^2_{\beta_1} & \sigma_{\beta_1\beta_2} & \dots & \sigma_{\beta_1\beta_m} \\ \sigma_{\beta_2\beta_1} & \sigma^2_{\beta_2} & \dots & \sigma_{\beta_2\beta_m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{\beta_m\beta_1} & \sigma_{\beta_m\beta_2} & \dots & \sigma^2_{\beta_m} \end{vmatrix}$$

Елементи на головній діагоналі матриці $\sigma^2_{\beta_j}$ та за її межами $\sigma_{\beta_j\beta_k}$ розраховуються за формулами: $\sigma^2_{\beta_j} = \sigma^2_u c_{jj}$, $\sigma_{\beta_j\beta_k} = \sigma^2_u c_{jk}$,

де cjj, cjk – елементи матриці похибок $(X'X)^{-1}$.

Тоді дисперсія прогнозу буде [5]: $\sigma^2_{п} = X'_{пр} \operatorname{var}(B) X_{пр}$.

Середньоквадратична (стандартна) похибка прогнозу: $\sigma_{п} = \sqrt{\sigma^2_{п}}$.

Довірчий інтервал для прогнозних значень:

$$Y_{пр} - t_\alpha \sigma_u \sqrt{X'_{пр}(X'X)^{-1}X_{пр}} \le M(Y_{пр}) \le Y_{пр} + t_\alpha \sigma_u \sqrt{X'_{пр}(X'X)^{-1}X_{пр}} ,$$

де t_α – табличне значення t-критерія Ст'юдента з (n–m–1) ступенями вільності α – рівень значимості.

Для використання t-критерія Ст'юдента необхідно обрати бажаний рівень значимості α (0,05 або 0,01) та число ступенів вільності (n–m–1).

Інтервальній прогноз математичного сподівання $M(Y_{пр})$ буде в межах [5]:

$$Y_{пр} - t_\alpha \sigma_{п} \le M(Y_{пр}) \le Y_{пр} + t_\alpha \sigma_{п} .$$

Визначення інтервального прогнозу індивідуального значення $Y_{пр}$ базується на знаходженні середньоквадратичної помилки прогнозу [1]:

$$\sigma^2_{п_{(i)}} = \sigma^2_u + \sigma^2_{п} = \sigma^2_u + \sigma^2_u X'_{пр}(X'X)^{-1}X_{пр} = \sigma_u \sqrt{1 + X'_{пр}(X'X)^{-1}X_{пр}} .$$

Тоді інтервальний прогноз індивідуального значення буде відповідати такому довірчому інтервалу [5]:

$$Y_{пр} - t_\alpha \sigma_{п_{(i)}} \le Y_{пр} \le Y_{пр} + t_\alpha \sigma_{п_{(i)}} .$$

3 ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ

3.1 Постановка задачі

Розглянемо задачу дослідження впливу на економічний показник Y трьох факторів: XI, X2, X3, а саме будемо визначати залежність фінансового результату Y (чистий прибуток), РА «Сумщина», яке займається виготовленням рекламної продукції, від кількості виробленої продукції – *X1*, виробничої собівартості реалізованої продукції – *X2*, виготовлення товарної продукції на 1 працюючого – *X3*.

Для виконання цього завдання необхідно вирішити такі завдання:

1) вибрати вид регресійної моделі, що описує залежність фінансового результату від кількості виробленої продукції, виробничої собівартості реалізованої продукції, виготовлення товарної продукції на 1 працюючого;

2) оцінити параметри обраної моделі;

3) провести її повне економетричне дослідження;

4) побудувати моделі для прогнозування факторів, що присутні в моделі за допомогою часових рядів;

5) побудувати модель для прогнозування чистого прибутку за допомогою часових рядів;

6) отримати прогнозоване значення на наступний квартал;

7) оцінити якість прогнозу.

Статистичну інформацію, що використовувалася для дослідження, приведемо у вигляді табл. 3.1. Зауважимо, що джерелом статистичної інформації є «Звіт про фінансовий результат» підприємства РА «Сумщина» м. Суми за 2014-2019 р. (як приклад).

Таблиця 3.1 Вплив на економічний показник Y факторів: XI, X2, X3

		Вироблено продукції , всього (X1)	Виробнича собівартість реалізованої продукції (X2)	Виробіток тов.продукції на 1 працюючого (X3)	Чистий прибуток (Y)
1	2014 (1-е півріччя)	172	404,2	9272	2,9
2	2014 (2-е півріччя)	187	418,9	9897	3,6
3	2015 (1-е півріччя)	202	445,9	10015	3,9
4	2015 (2-е півріччя)	228	469,5	10980	4,2
5	2016 (1-е півріччя)	263	501,6	10669	4,7
6	2016 (2-е півріччя)	278	508,6	10789	4,8
7	2017 (1-е півріччя)	295	572,3	12673	4,4
8	2017 (2-е півріччя)	299	589,4	13074	4,2
9	2018 (1-е півріччя)	216	480,4	13917	2,6
10	2018 (2-е півріччя)	308	504,0	15687	1,8
11	2019 (1-е півріччя)	353	667,5	23858	2,1
12	2019 (2-е півріччя)	406	707,5	27089	2,5
13	2020 (1-е півріччя)	448	878,7	31111	2,9

Виконаємо дослідження сукупного впливу всіх факторів на фінансовий результат (побудова багатофакторної регресії). Отже, необхідно визначити вигляд відповідної регресійної моделі або її специфікацію.

3.2 Алгоритм побудови моделі керування прибутком підприємства за допомогою множинного регресійного аналізу

Для побудови ефективної моделі необхідно:

- Побудувати лінійну модель з урахуванням всіх факторів;
- Перевірити значимість коефіцієнтів регресії з використанням критерія Стьюдента:
- Перевірити якість та адекватність моделі;
- Обчислити коефіцієнти еластичності;
- Якщо в моделі існують не значущі коефіцієнти, провести обчислення для нової моделі, яка не включає відповідний фактор;
- Отримати модель, що найкращим чином описує сукупний вплив всіх факторів;

- Побудувати моделі за допомогою часових рядів для факторів, що присутні в моделі;
- Обчислити прогнозовані значення та оцінити якість прогнозу.

3.3 Побудова моделі для ефективного керування прибутком підприємства

Специфікація моделі – це її аналітична форма [1, 5]. Вона складається з певного виду функції чи функцій, а також має імовірнісні характеристики, що притаманні стохастичним залишкам моделі.

Припустимо, що між економічним показником Y та факторами X1, X2, X3 існує лінійний зв'язок.

Запишемо рівняння регресії у вигляді:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + U.$$

В **Excel** для побудови лінійної регресії використовуємо пакет аналізу даних (Сервис – Анализ данных – Регрессия).

ВЫВОД ИТОГОВ			
Регрессионная статистика			
Множественный R	0,886859689		
R-квадрат	0,786520107		
Нормированный R-квадрат	0,706465147		
Стандартная ошибка	0,568291343		
Наблюдения	12		
	Коэффициенты	*Стандартная ошибка*	*t-статистика*
Y-пересечение	0,181567663	1,498714481	0,121148935
Переменная X 1	-0,001282923	0,008240744	-0,155680502
Переменная X 2	0,015861801	0,006618907	2,396438216
Переменная X 3	-0,000332389	6,47995E-05	-5,129502889

Отримана функція регресії має вигляд: ***Y = 0,18157 - 0,00128x1 + 0,01586x2 - 0,00033x3 + U.***

Перевіримо значущість коефіцієнтів регресії. Для цього застосовуємо **t** – критерій Стьюдента, за допомогою якого перевіряють, чи значуще a_i відрізняється від нуля [5]. Висуваємо гіпотези:

H_0: $a_i = 0$; H_1: $a_i \neq 0$; $t_{a_i} = \dfrac{a_i - 0}{\sigma_{a_i}}$;

	t-статистика
A0	0,121148935
A1	-0,155680502
A2	2,396438216
A3	-5,129502889

Обчислюємо $t_{кр} = СТТЬДЮРАСПОБР(\alpha; n-k)$; k – кількість параметрів регресії. $t_{кр}$ ==СТЬЮДРАСПОБР(0,05;12-4)= 2,306.

Якщо $|t_p| > t_{кр}$ – a_i – статистично значущі. Як бачимо, коефіцієнти а0, а1, а2 статистично не значущі, а коефіцієнт а3 – статистично значущий.

Оскільки а1 має найменше значення, видалимо фактор Х1 з моделі та проведемо аналогічні обчислення.

Таблиця 3.2 Вплив на економічний показник Y факторів: Х2, Х3

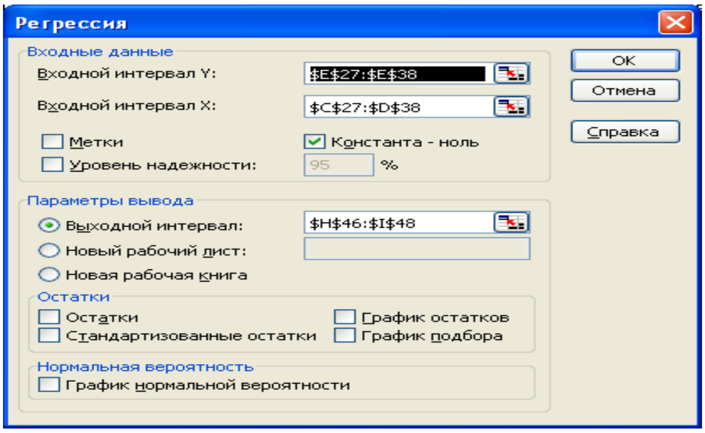
	Виробнича собівартість реалізованої продукції	*Виробіток тов.продукції на 1 працюючого*	*Чистий прибуток*
2014 (1-е півріччя)	404,2	9272	2,9
2014 (2-е півріччя)	418,9	9897	3,6
2015 (1-е півріччя)	445,9	10015	3,9
2015 (2-е півріччя)	469,5	10980	4,2
2016 (1-е півріччя)	501,6	10669	4,7
2016 (2-е півріччя)	508,6	10789	4,8
2017 (1-е півріччя)	572,3	12673	4,4
2017 (2-е півріччя)	589,4	13074	4,2
2018 (1-е півріччя)	480,4	13917	2,6
2018 (2-е півріччя)	504,0	15687	1,8
2019 (1-е півріччя)	667,5	23858	2,1
2019 (2-е півріччя)	707,5	27089	2,5

Отримаємо такі результати:

Регрессионная статистика	
Множественный R	0,886494985
R-квадрат	0,785873359
Нормированный R-квадрат	0,738289661
Стандартная ошибка	0,536601205
Наблюдения	12

	Коэффициенты	*Стандартная ошибка*	*t-статистика*
Y-пересечение	0,293993642	1,240020513	0,237087725
Переменная X 2	0,015027157	0,003665142	4,100020471
Переменная X 3	-0,000333761	6,06175E-05	-5,50602391

Як видно з результатів, коефіцієнт a0 – незначущий, тому проводимо обчислення, вважаючи, що a0 = 0 (Константа – 0).



ВЫВОД ИТОГОВ

Регрессионная статистика	
Множественный R	0,991661133
R-квадрат	0,983391803
Нормированный R-квадрат	0,881730983
Стандартная ошибка	0,510651838
Наблюдения	12

Дисперсионный анализ

	df	*SS*	*MS*	*F*	*Значимость F*
Регрессия	2	154,402347	77,2011735	296,0561604	6,14881E-09
Остаток	10	2,607653001	0,2607653		
Итого	12	157,01			

	Коэффициенты	*Стандартная ошибка*	*t-статистика*
Y-пересечение	0	#Н/Д	#Н/Д
Переменная X 2	0,015843433	0,001196015	13,24685599
Переменная X 3	-0,000343558	4,22078E-05	-8,139679575

Отримано модель

$$Y=0,01584x2-0,00034x3+ U.$$

Перевіримо значущість коефіцієнтів регресії:

$t_{кр}$ = СТЬЮДРАСПОБР(0,05;12-2) = 2,228, отже всі параметри моделі статистично значущі.

Коефіцієнт детермінації для даної моделі дорівнює **0,983**, що свідчить про досить високу якість моделі.

Перевіримо модель на адекватність. Обчислимо F-статистику. Знайдемо табличне значення F-статистики: Fкр=4,256494729 і порівняємо з обчисленою F-статистикою = 296,05: оскільки F> Fкр, то отримана модель є адекватною.

Отже, модель

$$Y=0,01584x2-0,00034x3+ U$$

найкращим чином описує сукупний вплив всіх факторів на фінансовий результат Y, де *X2* – виробнича собівартість реалізованої продукції, X3 – вироблення товарної продукції на 1 працюючого. На рис 3.1 відображені результати розрахунку моделі.

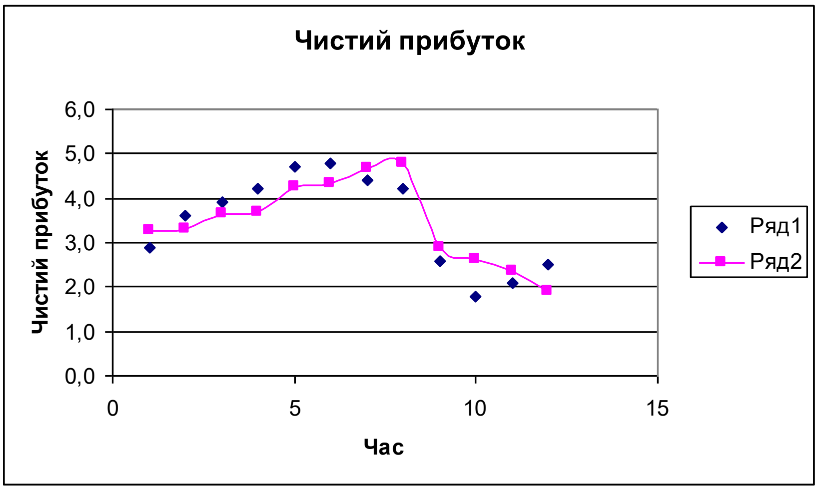


Рисунок 3.1 – Вхідні значення чистого прибутку та розраховані за моделлю

$$Y = 0,01584x2 - 0,00034x3 + U$$

3.4 Побудова моделей для прогнозування значень факторів

За допомогою Майстра діаграм побудовано діаграми залежності економічних факторів від часу:

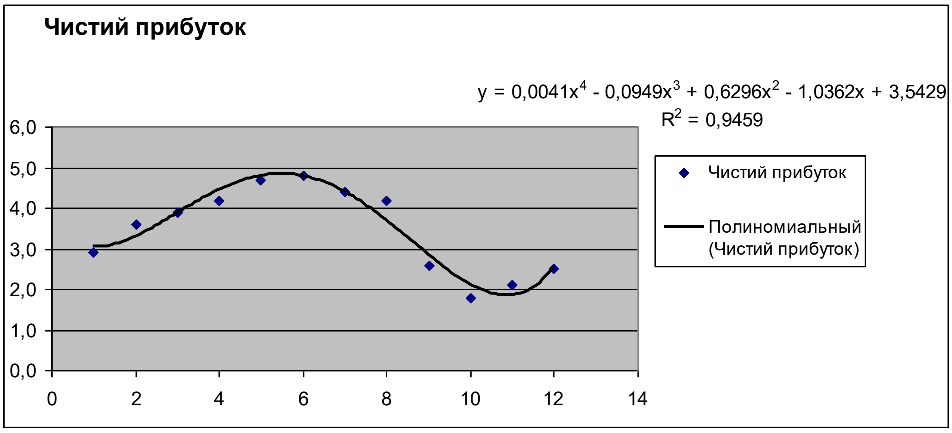


Рисунок 3.2 – Залежність чистого прибутку від часу

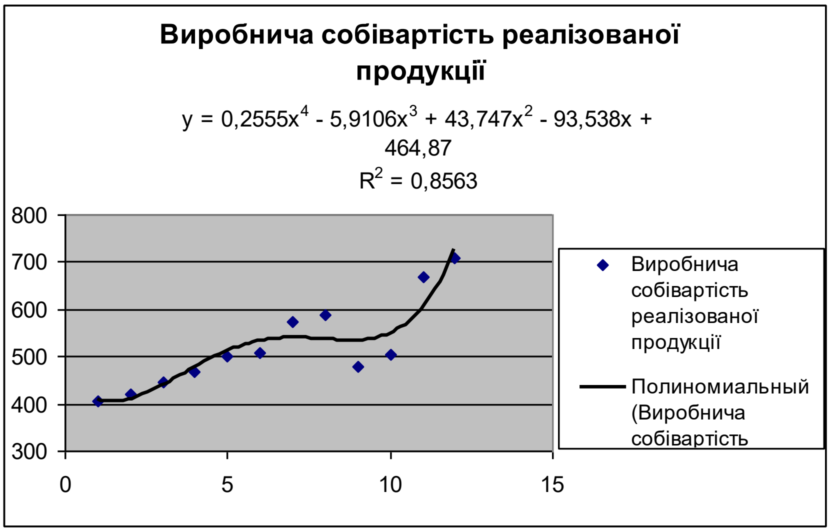


Рисунок 3.3 – Залежність вартості реалізованої продукції від часу

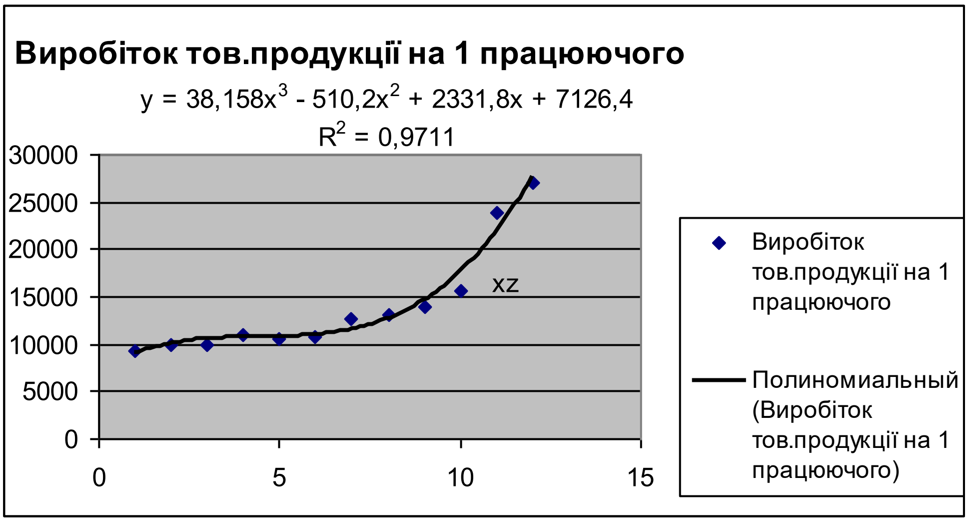


Рисунок 3.4 – Залежність виготовлення товарної продукції на одного працюючого від часу

Модель для прогнозування виробничої собівартості реалізованої продукції

Як видно з рис. 3.3 виробнича собівартість реалізованої продукції має поліноміальну залежність від часу. Аналіз графіка дозволяє встановити, що зв'язок має вигляд $x2 = a_0 + a_1 * t + a_2 * t^2 + a_3 * t^3 + a_4 * t^4 + U$.

Введемо заміни $\boldsymbol{t^2 = t_2, t^3 = t_3, t^4 = t_4}$ [2]. Тоді наше рівняння можна записати у вигляді $x2 = a_0 + a_1 * t + a_2 * t_2 + a_3 * t_3 + a_4 * t_4 + U$.

Тому для обчислень параметрів будемо використовувати функцію EXCEL ***ЛИНЕЙН***(відомі_значення_*y*; відомі_значення_x; конст; статистика) [5], яка дозволяє отримати значення параметрів регресії, а також статистичну інформацію, необхідну для аналізу отриманої регресії.

Отримаємо таблицю результатів:

a_n	…….	a_1	a_0
σa_n		σa_1	σa_0
R^2	σy		
F	df		
SSreg	SSзал		

- a_n ….. a_1 , a_0 – коефіцієнти рівняння регресії;
- σ_{ai} – похибки обчислення для коефіцієнтів;
- R^2 – коефіцієнт детермінації й σ_y - похибки обчислення для **y**;
- *F* – статистика (*F* спостережуване) і *df* - кількість ступенів свободи;
- *SSreg* – регресійна сума квадратів; *SSзал* – залишкова сума квадратів [1, 5].

Результати обчислень :

	Виробнича собівартість реалізованої продукці x2	t	t2	t3	t4
1	404,2	1	1	1	1
2	418,9	2	4	8	16
3	445,9	3	9	27	81
4	469,5	4	16	64	256
5	501,6	5	25	125	625
6	508,6	6	36	216	1296
7	572,3	7	49	343	2401
8	589,4	8	64	512	4096
9	480,4	9	81	729	6561
10	504,0	10	100	1000	10000
11	667,5	11	121	1331	14641
12	707,5	12	144	1728	20736

0,255503351	-5,910582589	43,74715302	-93,53804309	464,8744949
0,146456865	3,830699591	33,76299315	114,041121	117,2892876
0,856294729	44,93502306	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
10,42770224	7	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
84220,64259	14134,09408	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д

Отже, отримане рівняння: $\mathbf{y = 464{,}87-93{,}538*t+43{,}747*t^2-5{,}91*\mathit{t}^3+0{,}256*t^4}$.

Для перевірки значущості коефіцієнтів регресії застосовуємо *t* – критерій Стьюдента, за допомогою якого перевіряють, чи значуще a_i відрізняється від нуля [1].

	a4	a3	a2	a1	a0
Tai=	1,744563835	-1,542951215	1,295713115	-0,82021329	3,963486388

$t_{кр} =$ СТЬЮДРАСПОБР$(\alpha; n-k)$ = СТЬЮДРАСПОБР(0,05;12-5)= 2,365.

Оскільки $|t_{a1}| < t_{кр}$, коефіцієнтом a_1 можна знехтувати. Видаляемо фактор $\boldsymbol{t_1}$ з моделі.

Знаходимо параметри моделі $x2 = a_0 + a_2 * t_2 + a_3 * t_3 + a_4 * t_4 + U$.

Отримуємо за допомогою функції ЛИНЕЙН:

0,14605897	-2,932757066	16,55776894	373,5753429
0,059125847	1,196777604	6,276349696	36,20265941
0,842483629	44,00636482	#Н/Д	#Н/Д
14,2627906	8	#Н/Д	#Н/Д
82862,25551	15492,48116	#Н/Д	#Н/Д

Отже, отримане рівняння: **X2 = 373,575 +16,558* *t* - 2,93* *t*** $\boldsymbol{^3}$ **+0,146 * *t*** $\boldsymbol{^4}$ **+U**.

Перевіримо значущість параметрів моделі за допомогою критерія Стьюдента:

	a4	a3	a2	a0
Tai=	2,470306603	-2,450544742	2,638120842	10,31900278

$t_{кр} =$ СТЬЮДРАСПОБР$(\alpha; n-k)$=СТЬЮДРАСПОБР(0,05;12-4)=2,306.

Тепер $|t_p| > t_{кр}$, а отже a_i – статистично значущі. Кінцева модель:

X2 = 373,575 + 16,558* t $\boldsymbol{^2}$ ***- 2,93* t*** $\boldsymbol{^3}$ ***+ 0,146 * t*** $\boldsymbol{^4}$ ***+ U***.

Перевіримо модель на якість.

$R^2 = \dfrac{\sigma^2_{рег}}{\sigma^2_{общ}}$ – коефіцієнт детермінації (оцінка якості моделі) R^2 = 0,842.

Висновок: модель якісно описує вхідні дані.

Для оцінки адекватності моделі використовуємо критерій Фішера [5]:

$$F_p = \frac{S^2_{регр}}{S^2_{ост}} = 14{,}26\,.$$

При рівні значущості $\alpha = 0{,}05$ знаходимо $F_{кр}(\alpha;\ k\text{-}1;\ n\text{-}k)$,

де k – кількість параметрів моделі; *n* – кількість випробувань, *n = 12.*

У цьому випадку: $\boldsymbol{F_{кр}}$ ***= FРАСПОБР***(0,05; 4-1; 12-4) = 4,066180557;
$F_р$ = 14,26, $F_р > F_{кр}$ – модель адекватна.

Для розрахунку прогнозу на наступне півріччя використовуємо функцію ***ТЕНДЕНЦИЯ.*** Функція ***ТЕНДЕНЦИЯ*** повертає значення ***y*** для послідовності нових значень ***x***, що задаються за допомогою існуючих *x*- і *y*-*значень*.

	x2	t2	t3	t4	X2 regr
2020 (1-е півріччя)	878,7	169	2197	28561	900,16

Прогнозоване значення виробничої собівартості реалізованої продукції на наступне півріччя – 900,16 грн. Похибка прогнозу становить 2,5 %.

Модель для прогнозування виробництва товарної продукції на одного працюючого

Як видно з рис. 3.4 виробництво товарної продукції на одного працюючого має поліноміальну залежність від часу. Аналіз графіка дозволяє встановити, що зв’язок має вигляд $x3 = a_0 + a_1 * t + a_2 * t^2 + a_3 * t^3 + U$. Аналогічно попереднім обчисленням отримуємо:

38,15824916	-510,2032412	2331,808673	7126,353535
10,59066303	208,8613469	1192,469557	1864,829016
0,971094787	1139,81319	#Н/Д	#Н/Д
89,58889592	8	#Н/Д	#Н/Д
349174721,8	10393392,86	#Н/Д	#Н/Д

X3 = 7126,35 + 2331,80*t - 510,20* t² + 38,16 * t³ + U.

Перевіримо значущість параметрів моделі за допомогою критерія Стьюдента:

ta3	ta2	ta1	ta0	tkp
3,603008522	-2,442784406	1,955445034	3,821451444	2,306004133

Як бачимо, параметр **t** необхідно видалити з моделі. Для моделі $x3 = a_0 + a_2 * t_2 + a_3 * t_3 + U$:

18,75398973	-111,0693173	10501,31523
4,241271066	50,7503677	809,4667593
0,957278944	1306,442571	#Н/Д
100,8344739	9	#Н/Д
344206985	15361129,71	#Н/Д

X3 = 10501,32 - 111,07* t² + 18,75 * t³ + U.

ta3	ta2	ta0	tkp
4,421785224	-2,28854212	12,97312719	2,262157158

Кінцева модель: ***X3 = 10501,32 - 111,07* t² + 18,75 * t³ + U.***

Коефіцієнт детермінації (оцінка якості моделі) R^2 =0,957.

Висновок: модель якісно описує вхідні дані.

У цьому випадку: ***$F_{кр}$* = *FРАСПОБР***(0,05; 3-1; 12-3) = 4,256; $F_р$ = 100,83, $F_р > F_{кр}$ – модель адекватна.

Для розрахунку прогнозу на наступне півріччя використовуємо функцію ***ТЕНДЕНЦИЯ.***

	X3	t2	t3	X3 regr
2020 (1-е півріччя)	31280	169	2197	32933,12

Прогнозоване значення виробничої собівартості реалізованої продукції на наступне півріччя – 32933,12 грн. Похибка прогнозу становить 5 %.

Модель для прогнозування чистого прибутку

Знаходимо параметри моделі $y = a_0 + a_1 * t + a_2 * t^2 + a_3 * t^3 + a_4 * t^4 + U$.

0,0040865	-0,094892	0,629606	-1,03621633	3,5429	
0,000996766	0,02607124	0,229786516	0,776148955	0,798255552	
0,945904631	0,30582189	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	
30,60027401	7	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	
11,4478108	0,6546892	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	
ta4	ta3	ta2	ta1	ta0	tkp
4,099796	-3,639751	2,739961288	-1,33507405	4,438339681	2,364624251

***Y* = *3,54* - *1,036t* + *0,629** *t* ^{2} - *0,0949* * *t* ^{3} + *0,004 t* ^{4} + *U*.** Параметр **t** незначно впливає на ознаку. Знаходимо параметри моделі

$$y = a_0 + aa_2 * t^2 + a_3 * t^3 + a_4 * t^4 + U$$

0,0028	-0,0619	0,3284	2,53	
0,000430519	0,008714224	0,04570065	0,263606262	
0,932130229	0,32042821	#Н/Д	#Н/Д	
36,62426709	8	#Н/Д	#Н/Д	
11,2811061	0,8213939	#Н/Д	#Н/Д	
ta4	ta3	ta2	ta4	tkp
6,675917709	-7,10383734	7,185928618	9,603396457	2,306004133

Кінцева модель: ***y* = *2,53* + *0,3284** *t* ^{2} - *0,0619* * *t* ^{3} + *0,0028 t* ^{4} + *U*.**

Коефіцієнт детермінації (оцінка якості моделі) R^2 =0,932.

Висновок: модель якісно описує вхідні дані.

$F_{кр}$* = *FРАСПОБР(0,05; 4-1; 12-4) = 4,066; $F_р$ = 11,28, $F_р > F_{кр}$ – модель адекватна.

Для розрахунку прогнозу на наступне півріччя використовуємо функцію ***ТЕНДЕНЦИЯ:***

Y	t2	t3	t4	Yreg
2,9	169	2197	28561	3,11

Прогнозоване значення чистого прибутку на наступне півріччя – 3,11 у.о. Похибка прогнозу становить 7 %.

Отримаємо прогноз для моделі ***Y = 0,01584x2 - 0,***00034x3 + U на наступне півріччя, за отриманими прогнозованими значеннями факторів та реальними даними.

		Виробнича собівартість реалізованої продукції	*Виробіток тов.продукції на 1 працюючого*	*Чистий прибуток*	*Прогноз*	Похибка
реальні	2020 (1-е півріччя)	*878,7*	*31280*	*2,9*	*3,0583039*	4,023941
регресійні	2020 (1-е півріччя)	*900,1612588*	*32933,11605*	*2,9*	*2,8290595*	-3,77349

Як бачимо похибка прогнозу не перевищує 4%. Отже отримані моделі можна вважати придатними для прогнозування.

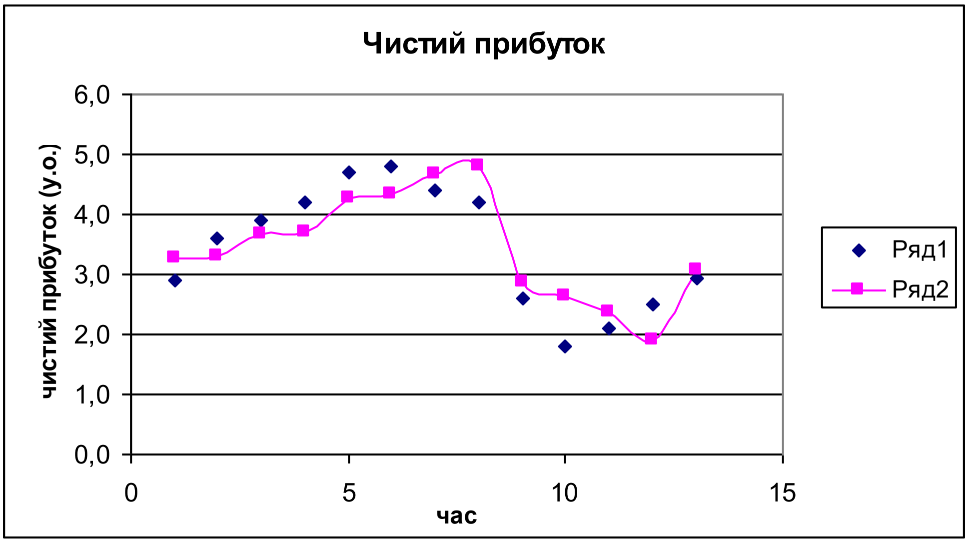


Рисунок 3. 5 – Прогнозовані значення чистого прибутку, що розраховані за моделлю ***Y = 0,01584x2 - 0,00034x3+ U.***

ВИСНОВКИ

У роботі побудовано та досліджено множинну лінійну регресійну модель залежності показника фінансового результату (чистий прибуток) підприємства від кількості виробленої продукції – *X1*, виробничої собівартості реалізованої продукції – *X2*, виробітку товарної продукції на 1 працюючого – *X3*.

Продемонстровано, що модель $\boldsymbol{Y = 0{,}01584x2-0{,}00034x3+ U}$ найкращим чином описує сукупний вплив всіх факторів на фінансовий результат. Похибка розрахунку прогнозованого значення не перевищує 4%.

За допомогою часових рядів отримано моделі, що описують залежність досліджуваних факторів від часу:

$$Y = 2{,}53 +0{,}3284*t^2 -0{,}0619 *t^3+0{,}0028t^4 +U,$$

$$X2 = 373{,}575 +16{,}558*t^2- 2{,}93*t^3 +0{,}146 *t^4 +U,$$

$$X3 = 10501{,}32 -111{,}07*t^2 +18{,}75 *t^3 +U.$$

Наглядно показано, що отримані моделі якісні та адекватні, помилка розрахованих прогнозованих значень за цими моделями не перевищує 5%.

- Отримані результати дають можливість розробити систему управлінських рішень щодо формування та використання прибутку та визначити основні напрями розвитку підприємства в майбутньому, що дасть змогу забезпечити його фінансовий успіх.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Боровиков В. STATISTICA: искусство анализа данных на компьютере. Для профессионалов. – СПб.: Питер, 2001. – 656 с.
2. Кулинич О. І., Кулинич Р. О. Теорія статистики. – 3-тє видання – К.: «Знання», 2006. – С.116 – 138.
3. Лук’янова В.В. Комп’ютерний аналіз даних: Посібник. – К.: Видавничий центр «Академія», 2003. – 344 с. (Альма-матер)
4. Назаренко А.М. Основы эконометрики: Учебное пособие – Сумы: Изд-во СумГУ, 2003 – 93 с.
5. Наконечний С.І., Терещенко Т.О., Романюк Т.П. Економетрія: Навчальний посібник. – К.: КНЕУ, 1998. – 347 с.
6. Тыркусова Н.В., Боровик В.А., Глущенко Л.А. Анализ данных: Учебное пособие – Сумы: Изд-во СумГУ, 2008 – 198 с.
7. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Статистический анализ данных на компьютере/ под ред. В.Э. Фигурнова – М.: Инфра-М, 1998. – 528 с.

ДОДАТОК А

Y=f(x1,x2,x3)

Регрессионная статистика	
Множественный R	0,886859688596673
R-квадрат	0,786520107257788
Нормированный R-квадрат	0,706465147479458
Стандартная ошибка	0,568291342745143
Наблюдения	12

Дисперсионный анализ					
	df	*SS*	*MS*	*F*	*Значимость F*
Регрессия	3	9,51885959808738	3,17295319936246	9,82475176348405	0,00465337788540825
Остаток	8	2,58364040191262	0,322955050239078		
Итого	11	12,1025			

	Коэффициенты	*Стандартная ошибка*	*t-статистика*	*P-Значение*	*Нижние 95%*	*Верхние 95%*
Y-пересечение	0,18156766276426	1,49871448076303	0,121148934700237	0,906560720424193	-3,27447412451053	3,63760945003905
Переменная X 1	-0,0012829232114482	0,00824074432825988	-0,155680501705251	0,880141433277034	-0,0202861136938767	0,0177202672709803
Переменная X 2	0,0158618014663545	0,0066189069098955	2,39643821589944	0,0434173895925982	0,000598574774213366	0,0311250281584956
Переменная X 3	-0,000332389233252776	0,0000647995021090772	-5,12950288866824	0,000896635222701616	-0,000481817152952033	-0,000182961313553519

=СТЬЮДРАСПОБР(0,05;12-4)

Y = f(x2,x3) A0<>0

Регрессионная статистика	
Множественный R	0,886494985181581
R-квадрат	0,785873358752091
Нормированный R-квадрат	0,738289660697
Стандартная ошибка	0,536601204672398
Наблюдения	12

Дисперсионный анализ					
	df	*SS*	*MS*	*F*	*Значимость F*
Регрессия	2	9,51103232429718	4,75551616214859	16,5156007387705	0,000972787925875962
Остаток	9	2,59146767570282	0,287940852855869		
Итого	11	12,1025			

	Коэффициенты	*Стандартная ошибка*	*t-статистика*	*P-Значение*	*Нижние 95%*	*Верхние 95%*
Y-пересечение	0,293993641796653	1,24002051305708	0,237087724518248	0,817897351600452	-2,51112763809749	3,09911492169079
Переменная X 1	0,0150271572187471	0,00366514199715334	4,10002047135377	0,00267662417153408	0,00673603001416408	0,0233182844233302
Переменная X 2	-0,000333761279369108	0,0000606174773009623	-5,50602390977115	0,000377235036460457	-0,000470887539555905	-0,000196635019182312

Y=f(x2,x3) A0=0

Регрессионная статистика	
Множественный R	0,991661133182895
R-квадрат	0,983391803065583
Нормированный R-квадрат	0,881730983372142
Стандартная ошибка	0,510651838405852
Наблюдения	12

Дисперсионный анализ					
	df	*SS*	*MS*	*F*	*Значимость F*
Регрессия	2	154,402346999327	77,2011734996636	296,056160385396	6,14880838216018E-09
Остаток	10	2,60765300067277	0,260765300067277		
Итого	12	157,01			

	Коэффициенты	*Стандартная ошибка*	*t-статистика*	*P-Значение*	*Нижние 95%*	*Верхние 95%*
Y-пересечение	0	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
Переменная X 1	0,0158434327681491	0,00119601456998908	13,2468559879615	1,14714126699063E-07	0,0131785462486491	0,018508319287649
Переменная X 2	-0,000343557694652823	0,0000422077664707093	-8,13967957511421	0,0000101152219460707	-0,00043760245857825	-0,000249512930727395

tkr=	=СТЬЮДРАСПОБР(0,05;12-2)
Fkr=	=FРАСПОБР(0,05;2;10)

Залежність X2 від часу

	x2	t	t2	t3	t4
1	404,2	1	=D54*D54	=E54*D54	=F54*D54
2	418,9	2	=D55*D55	=E55*D55	=F55*D55
3	445,9	3	=D56*D56	=E56*D56	=F56*D56
4	469,5	4	=D57*D57	=E57*D57	=F57*D57
5	501,6	5	=D58*D58	=E58*D58	=F58*D58
6	508,6	6	=D59*D59	=E59*D59	=F59*D59
7	572,3	7	=D60*D60	=E60*D60	=F60*D60
8	589,4	8	=D61*D61	=E61*D61	=F61*D61
9	480,4	9	=D62*D62	=E62*D62	=F62*D62
10	504	10	=D63*D63	=E63*D63	=F63*D63
11	667,5	11	=D64*D64	=E64*D64	=F64*D64
12	707,5	12	=D65*D65	=E65*D65	=F65*D65
		13	=D66*D66	=E66*D66	=F66*D66

=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)	=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)	=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)	=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)	=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)
=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)	=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)	=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)	=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)	=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)
=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)	=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)	=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)	=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)	=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)
=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)	=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)	=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)	=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)	=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)
=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)	=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)	=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)	=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)	=ЛИНЕЙН(C54:C65;D54:G65;1;1)
=C68/C69	=D68/D69	=E68/E69	=F68/F69	=G68/G69

	x2	t2	t3	t4	X2 regr
1	404,2	1	1	1	=ТЕНДЕНЦИЯ(C79:C90;D79:F90;D79:F91;1)
2	418,9	4	8	16	=ТЕНДЕНЦИЯ(C79:C90;D79:F90;D79:F91;1)
3	445,9	9	27	81	=ТЕНДЕНЦИЯ(C79:C90;D79:F90;D79:F91;1)
4	469,5	16	64	256	=ТЕНДЕНЦИЯ(C79:C90;D79:F90;D79:F91;1)
5	501,6	25	125	625	=ТЕНДЕНЦИЯ(C79:C90;D79:F90;D79:F91;1)
6	508,6	36	216	1296	=ТЕНДЕНЦИЯ(C79:C90;D79:F90;D79:F91;1)
7	572,3	49	343	2401	=ТЕНДЕНЦИЯ(C79:C90;D79:F90;D79:F91;1)
8	589,4	64	512	4096	=ТЕНДЕНЦИЯ(C79:C90;D79:F90;D79:F91;1)
9	480,4	81	729	6561	=ТЕНДЕНЦИЯ(C79:C90;D79:F90;D79:F91;1)
10	504	100	1000	10000	=ТЕНДЕНЦИЯ(C79:C90;D79:F90;D79:F91;1)
11	667,5	121	1331	14641	=ТЕНДЕНЦИЯ(C79:C90;D79:F90;D79:F91;1)
12	707,5	144	1728	20736	=ТЕНДЕНЦИЯ(C79:C90;D79:F90;D79:F91;1)
13		**169**	**2197**	**28561**	**=ТЕНДЕНЦИЯ(C79:C90;D79:F90;D79:F91;1)**

=ЛИНЕЙН(C79:C90;D79:F90;1;1)	=ЛИНЕЙН(C79:C90;D79:F90;1;1)	=ЛИНЕЙН(C79:C90;D79:F90;1;1)	=ЛИНЕЙН(C79:C90;D79:F90;1;1)	
=ЛИНЕЙН(C79:C90;D79:F90;1;1)	=ЛИНЕЙН(C79:C90;D79:F90;1;1)	=ЛИНЕЙН(C79:C90;D79:F90;1;1)	=ЛИНЕЙН(C79:C90;D79:F90;1;1)	
=ЛИНЕЙН(C79:C90;D79:F90;1;1)	=ЛИНЕЙН(C79:C90;D79:F90;1;1)	=ЛИНЕЙН(C79:C90;D79:F90;1;1)	=ЛИНЕЙН(C79:C90;D79:F90;1;1)	
=ЛИНЕЙН(C79:C90;D79:F90;1;1)	=ЛИНЕЙН(C79:C90;D79:F90;1;1)	=ЛИНЕЙН(C79:C90;D79:F90;1;1)	=ЛИНЕЙН(C79:C90;D79:F90;1;1)	
=ЛИНЕЙН(C79:C90;D79:F90;1;1)	=ЛИНЕЙН(C79:C90;D79:F90;1;1)	=ЛИНЕЙН(C79:C90;D79:F90;1;1)	=ЛИНЕЙН(C79:C90;D79:F90;1;1)	
=C93/C94	=D93/D94	=E93/E94	=F93/F94	=СТЬЮДРАСПОБР(0,05;12-4)

Залежність X3 від часу

	X3	t	t2	t3	Yreg
1	9272	1	=D19*D19	=E19*D19	=ТЕНДЕНЦИЯ(C19:C30;E19:F30;E19:F31;1)
2	9897	2	=D20*D20	=E20*D20	=ТЕНДЕНЦИЯ(C19:C30;E19:F30;E19:F31;1)
3	10015	3	=D21*D21	=E21*D21	=ТЕНДЕНЦИЯ(C19:C30;E19:F30;E19:F31;1)
4	10980	4	=D22*D22	=E22*D22	=ТЕНДЕНЦИЯ(C19:C30;E19:F30;E19:F31;1)
5	10669	5	=D23*D23	=E23*D23	=ТЕНДЕНЦИЯ(C19:C30;E19:F30;E19:F31;1)
6	10789	6	=D24*D24	=E24*D24	=ТЕНДЕНЦИЯ(C19:C30;E19:F30;E19:F31;1)
7	12673	7	=D25*D25	=E25*D25	=ТЕНДЕНЦИЯ(C19:C30;E19:F30;E19:F31;1)
8	13074	8	=D26*D26	=E26*D26	=ТЕНДЕНЦИЯ(C19:C30;E19:F30;E19:F31;1)
9	13917	9	=D27*D27	=E27*D27	=ТЕНДЕНЦИЯ(C19:C30;E19:F30;E19:F31;1)
10	15687	10	=D28*D28	=E28*D28	=ТЕНДЕНЦИЯ(C19:C30;E19:F30;E19:F31;1)
11	23858	11	=D29*D29	=E29*D29	=ТЕНДЕНЦИЯ(C19:C30;E19:F30;E19:F31;1)
12	27089	12	=D30*D30	=E30*D30	=ТЕНДЕНЦИЯ(C19:C30;E19:F30;E19:F31;1)
13		13	=D31*D31	=E31*D31	=ТЕНДЕНЦИЯ(C19:C30;E19:F30;E19:F31;1)

=ЛИНЕЙН(C19:C30;D19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;D19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;D19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;D19:F30;1;1)	
=ЛИНЕЙН(C19:C30;D19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;D19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;D19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;D19:F30;1;1)	
=ЛИНЕЙН(C19:C30;D19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;D19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;D19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;D19:F30;1;1)	
=ЛИНЕЙН(C19:C30;D19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;D19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;D19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;D19:F30;1;1)	
=ЛИНЕЙН(C19:C30;D19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;D19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;D19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;D19:F30;1;1)	
=C35/C36	=D35/D36	=E35/E36	=F35/F36	=СТЬЮДРАСПОБР(0,05;12-3)
	=ЛИНЕЙН(C19:C30;E19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;E19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;E19:F30;1;1)	
	=ЛИНЕЙН(C19:C30;E19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;E19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;E19:F30;1;1)	
	=ЛИНЕЙН(C19:C30;E19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;E19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;E19:F30;1;1)	
	=ЛИНЕЙН(C19:C30;E19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;E19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;E19:F30;1;1)	
	=ЛИНЕЙН(C19:C30;E19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;E19:F30;1;1)	=ЛИНЕЙН(C19:C30;E19:F30;1;1)	
	=D43/D44	=E43/E44	=F43/F44	=СТЬЮДРАСПОБР(0,05;12-2)

Залежність прибутку від часу

					Чистий прибуток		
	Y	t	t2	t3	t4	Yreg	
1	2,9	1	=D112*D112	=E112*D112	=F112*D112	=ТЕНДЕНЦИЯ(C112:C123;E112:G123;E112:G124;1)	
2	3,6	2	=D113*D113	=E113*D113	=F113*D113	=ТЕНДЕНЦИЯ(C112:C123;E112:G123;E112:G124;1)	
3	3,9	3	=D114*D114	=E114*D114	=F114*D114	=ТЕНДЕНЦИЯ(C112:C123;E112:G123;E112:G124;1)	
4	4,2	4	=D115*D115	=E115*D115	=F115*D115	=ТЕНДЕНЦИЯ(C112:C123;E112:G123;E112:G124;1)	
5	4,7	5	=D116*D116	=E116*D116	=F116*D116	=ТЕНДЕНЦИЯ(C112:C123;E112:G123;E112:G124;1)	
6	4,8	6	=D117*D117	=E117*D117	=F117*D117	=ТЕНДЕНЦИЯ(C112:C123;E112:G123;E112:G124;1)	
7	4,4	7	=D118*D118	=E118*D118	=F118*D118	=ТЕНДЕНЦИЯ(C112:C123;E112:G123;E112:G124;1)	
8	4,2	8	=D119*D119	=E119*D119	=F119*D119	=ТЕНДЕНЦИЯ(C112:C123;E112:G123;E112:G124;1)	
9	2,6	9	=D120*D120	=E120*D120	=F120*D120	=ТЕНДЕНЦИЯ(C112:C123;E112:G123;E112:G124;1)	
10	1,8	10	=D121*D121	=E121*D121	=F121*D121	=ТЕНДЕНЦИЯ(C112:C123;E112:G123;E112:G124;1)	
11	2,1	11	=D122*D122	=E122*D122	=F122*D122	=ТЕНДЕНЦИЯ(C112:C123;E112:G123;E112:G124;1)	
12	2,5	12	=D123*D123	=E123*D123	=F123*D123	=ТЕНДЕНЦИЯ(C112:C123;E112:G123;E112:G124;1)	
13	2,9	13	=D124*D124	=E124*D124	=F124*D124	=ТЕНДЕНЦИЯ(C112:C123;E112:G123;E112:G124;1)	=(C124-H124)/C124*100

=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	
=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	
=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	
=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	
=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;D112:G123;1;1)	
=D127/D128	=E127/E128	=F127/F128	=G127/G128	=H127/H128	=СТЬЮДРАСПОБР(0,05;12-5)

=ЛИНЕЙН(C112:C123;E112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;E112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;E112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;E112:G123;1;1)		
=ЛИНЕЙН(C112:C123;E112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;E112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;E112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;E112:G123;1;1)		
=ЛИНЕЙН(C112:C123;E112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;E112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;E112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;E112:G123;1;1)		
=ЛИНЕЙН(C112:C123;E112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;E112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;E112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;E112:G123;1;1)		
=ЛИНЕЙН(C112:C123;E112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;E112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;E112:G123;1;1)	=ЛИНЕЙН(C112:C123;E112:G123;1;1)		
=D136/D137	=E136/E137	=F136/F137	=G136/G137		=СТЬЮДРАСПОБР(0,05;12-4)
					=FРАСПОБР(0,05;4-1;12-4)

Прогноз прибутку

	Виробнича собівартість реалізованої продукції	*Виробіток тов.продукції на 1 працюючого*	*Чистий прибуток*	*Прогноз*	
2014 (1-е півріччя)	404,2	9272	2,9	=ТЕНДЕНЦИЯ(F30:F41;D30:E41;D30:E42;1)	
2014 (2-е півріччя)	418,9	9897	3,6	=ТЕНДЕНЦИЯ(F30:F41;D30:E41;D30:E42;1)	
2015 (1-е півріччя)	445,9	10015	3,9	=ТЕНДЕНЦИЯ(F30:F41;D30:E41;D30:E42;1)	
2015 (2-е півріччя)	469,5	10980	4,2	=ТЕНДЕНЦИЯ(F30:F41;D30:E41;D30:E42;1)	
2016 (1-е півріччя)	501,6	10669	4,7	=ТЕНДЕНЦИЯ(F30:F41;D30:E41;D30:E42;1)	
2016 (2-е півріччя)	508,6	10789	4,8	=ТЕНДЕНЦИЯ(F30:F41;D30:E41;D30:E42;1)	
2017 (1-е півріччя)	572,3	12673	4,4	=ТЕНДЕНЦИЯ(F30:F41;D30:E41;D30:E42;1)	
2017 (2-е півріччя)	589,4	13074	4,2	=ТЕНДЕНЦИЯ(F30:F41;D30:E41;D30:E42;1)	
2018 (1-е півріччя)	480,4	13917	2,6	=ТЕНДЕНЦИЯ(F30:F41;D30:E41;D30:E42;1)	
2018 (2-е півріччя)	504	15687	1,8	=ТЕНДЕНЦИЯ(F30:F41;D30:E41;D30:E42;1)	
2019 (1-е півріччя)	667,5	23858	2,1	=ТЕНДЕНЦИЯ(F30:F41;D30:E41;D30:E42;1)	
2019 (2-е півріччя)	707,5	27089	2,5	=ТЕНДЕНЦИЯ(F30:F41;D30:E41;D30:E42;1)	**ПОХИБКА**
2020 (1-е півріччя)	878,7	31280	2,94	=ТЕНДЕНЦИЯ(F30:F41;D30:E41;D30:E42;1)	**=(G42-F42)/F42*100**
2020 (1-е півріччя)	900,161258784246	32933,1160453206	2,94	=ТЕНДЕНЦИЯ(F30:F41;D30:E41;D43:E43;1)	**=(G43-F43)/F43*100**