

Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет
Факультет технічних систем та енергоефективних технологій
Кафедра комп'ютерної механіки імені Володимира Марцинковського

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

бакалавра

на тему

**Прогнозування пружних властивостей хаотично армованих
сферичними та циліндричними включеннями композиційних
матеріалів**

Виконав: студент 4 курсу групи КМ–81/1

Пономаренко А.Д.

Рівень підготовки: бакалавр

Спеціальність: 131 Прикладна механіка

ОПП: Комп'ютерний інжиніринг в
механіці

Керівник: доцент Жигилій Д.О.

Рецензент: зав. кафедри Загорулько А.В.

Суми – 2022

РЕФЕРАТ

Кваліфікаційна робота бакалавра: 57с., 19 рис., 6 табл., 34 джерел.

ХАОТИЧНО АРМОВАНІЙ КОМПОЗИТ, ПРУЖНІ СТАЛІ, МЕТОД СКІНЧЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ, ПРОГНОЗУВАННЯ ПРУЖНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ, АПРОКСИМАЦІЯ.

Об'єкт дослідження – хаотично армовані сферичними та циліндричними включеннями композиційних матеріалів.

Предмет дослідження – вплив геометрії армуючих включень та їх об'ємного вмісту на пружні властивості хаотично армованих композиційних матеріалів.

Мета роботи – прогнозування пружних властивостей хаотично армованих сферичними та циліндричними включеннями композиційних матеріалів шляхом чисельного експерименту.

Методи досліджень – структурна теорія хаотично армованих композитів, метод скінченних елементів, диференційна геометрія у просторі, експериментальні методи визначення пружних сталей.

В роботі досліджено хаотично армовані сферичними та циліндричними включеннями композиційні матеріали. Пружні властивості композитів знайдено на основі чисельного моделювання експериментальних методів знаходження модуля повздовжньої пружності та модуля зсуву за напружено-деформованим станом простих деформованих станів розтягання та зсуву. Для оцінки стохастичних величин модулів Юнга I-го та II-го роду застосовано статистичні методи обробки чисельного експерименту.

ВСТУП

Актуальність теми: Завдання розвитку поглядів на механізми формування пружних властивостей таких хаотично армованих матеріалів актуальна. Враховуючи, що більшість перспективних матеріалів є композитами з різними законами армування, особливу значущість є дослідження впливу способу армування цих матеріалів на формування їх механічних властивостей.

Мета дослідження. Виходячи з актуальності й ступеня наукової розробки проблеми, метою дослідження є прогнозування пружних властивостей хаотично армованих сферичними та циліндричними включеннями композиційних матеріалів шляхом чисельного експерименту.

Для досягнення поставленої мети були встановлені наступні **завдання дослідження.**

1. Визначити пружні характеристики армуючих включень та матриці хаотично армованих композиційних матеріалів.
2. Побудувати скінченно елементну модель на основі структурного підходу до моделювання хаотично армованих композиційних матеріалів у об'ємній постановці.
3. Виконати прогнозування пружних властивостей хаотично армованих сферичними та циліндричними включеннями композиційних матеріалів шляхом чисельного моделювання експериментальних методів знаходження модуля повздовжньої пружності та модуля зсуву за напружено-деформованим станом простих деформованих станів розтягання та зсуву.
4. Методом статистичної обробки чисельного експерименту оцінки стохастичних величин модулів Юнга I-го та II-го роду на основі скінченно елементної моделі.

Наукова новизна. На основі чисельного моделювання експериментальних методів знаходження модуля повздовжньої пружності та модуля зсуву методом статистичної обробки експерименту отримано

залежності діапазону стохастичних величин модулів Юнга I-го та II-го роду від об'ємного вмісту та форми армуючих включень.

Практичне значення. Запропонована робота з визначення залежності модулів Юнга I-го та II-го роду від об'ємного вмісту та форми армуючих включень, підхід якої придатний оцінки пружних властивостей хаотично армованих композиційних матеріалів.

Особистий внесок здобувача. Основні наукові результати дослідження, що відносяться на захист, одержані автором самостійно або за його активної участі.

Апробація роботи. Основні положення наукової роботи відображені в тезах IX Всеукраїнської міжвузівської науково-технічної конференції «Сучасні технології у промисловому виробництві» [34].

Зміст

Розділ 1	Пружні характеристики композиційних матеріалів з сферичними та циліндричними включеннями	10
1.1	Основні відомості	10
1.2	Армуючі матеріали	10
1.2.1	Скляні волокна.....	10
1.2.2	Вуглецеві волокна.....	11
1.2.3	Борні волокна.....	12
1.2.4	Високомодульні органічні волокна.....	12
1.3	Матриці	13
1.3.1	Термореактивні полімерні матриці.....	14
1.3.2	Термопластичні полімерні матриці.....	15
1.3.3	Вуглецеві матриці.....	15
1.3.4	Металеві матриці.....	16
1.4	Властивості композитів з циліндричних волокон	16
1.4.1	Ведення.....	16
1.4.2	Математична модель.....	17
1.4.3	Звернення тензора Ешелбі.....	20
1.5	Властивості композитів з сферичними включеннями	21
1.5.1	Чисельне моделювання.....	21
1.5.2	Аналітичні методи.....	23
1.5.3	Метод самоузгодження.....	23
1.5.4	Двосторонні оцінки.....	26
Розділ 2	Аналіз 3D хаотично армованих шаровими включеннями та циліндричними волокнами композиційних матеріалів за методом скінчених елементів за умови моделювання адгезійного сполучення між матрицею та армуючими елементами	29
2.1	Генерація наповнювання	29
2.1.1	Процедура випадкової послідовної адсорбції (RSA).....	29
2.1.2	Перевірка перетину двох сфер або циліндрів.....	30
2.2	Заповнювання моделі	33
2.3	Розрахунок моделі та отримання результатів	38
Висновок до другого розділу:	39	
Розділ 3	Практичні оцінки пружних властивостей композитів зі сферичними та циліндричними включеннями	40
3.1	Експериментальне визначення пружних властивостей	40
3.1.1	Випробування на розтяг.....	40
3.2	Розрахунок моделей та зняття показників	42
Висновки до третього розділу	45	

Розділ 4 Проектування пружних властивостей хаотично армованих шаровими включеннями та короткими волокнами композиційних матеріалів на основі чисельного експерименту.....	47
4.1 Апроксимація.....	47
4.2 Обробка даних симуляцій з отриманням прогнозів до пружнім властивостей	48
Висновки за четвертим розділом:	52
Література.....	54

Submitted

Розділ 1 Пружні характеристики композиційних матеріалів з сферичними та циліндричними включеннями

1.1 Основні відомості

Композит – це матеріал що складеться з 2 або більше компонентів. В його состав входять: Матриця та армуючі елементи. Композити використовують у різних сферах, де не достатньо механічних властивостей окремих матеріалів. Армуючі матеріали надають композиту механічні властивості, а матриця зв'язує ці матеріали, забезпечує монолітність матеріалу, фіксує форму виробу, сприяє спільній роботі волокон і перерозподіляє навантаження при руйнуванні частини волокон. Так отримані композити, переважають по своїм механічним властивостям велику кількість сплавів, та матеріалів, при цьому вони залишаються легшими.

1.2 Армуючі матеріали

В якості армуючих матеріалів використовують: ниткоподібні кристали, порошок та гранули металів, кераміка, металеві та неметалеві волокна.

Зазвичай це не великі (5-200 мкр.) безперервні й короткі волокна. Ці матеріали повинні надавати композиту комплекс експлуатаційних вимог, а саме міцність, жорсткість й стабільність підчас використання. Також армуючі матеріали повинні відповідати до технологічних вимог: високопродуктивний процес виготовлення. Розглянемо різні волокна.

1.2.1 Скляні волокна

Безперервні волокна виготовляються методом протягування розплавленої скломаси через фільтри діаметром 1 – 3 мкр. та подальшим швидким охолодженням, таким методом отримують струмінь діаметром 3 – 20 мкр.. Границя міцності отриманих після витягування скляних волокон становить 2 – 6 ГПа та на сам перед визначається технологією обробки, витяжки та складом скломаси. Модуль пружності волокна становить 50 – 130 ГПа, густина 2500 – 2600 кг/м³. Скляні волокна із непошкодженою поверхнею мають граничну міцність 5 – 6 ГПа. Температура істотно впливає на міцність скляних волокон.

При зменшенні діаметрів скляних волокон починаючи від 30 мкр. границя міцності різко збільшується, наближаючись до теоретичного значення. Таким чином, використання тонких волокон як армуючих елементів характеристики в'язкості руйнування пов'язане з їх високою міцністю. У зв'язку з цим як характеристики волокон і взагалі матеріалів використовується так звана питома міцність

$$k_{\sigma} = \frac{\bar{\sigma}}{\gamma} \quad (1)$$

де $\bar{\sigma}$ – границя міцності матеріалу, а γ – його питома вага.

Питома міцність вимірюється в одиницях довжини і має просте фізичне значення, вона дорівнює довжині волокна, що руйнується під дією власної ваги. Сталевий дріт, який має таку саму міцність, як і скляне волокно, за питомою міцністю поступається йому більше ніж утричі. За аналогією із питомою міцністю вводиться питомий модуль пружності.

$$k_E = \frac{E}{\gamma} \quad (2)$$

1.2.2 Вуглецеві волокна

Процес виготовлення вуглецевих волокон полягає в послідовному температурному та механічному впливі на вихідні органічні волокна, що призводить до їх карбонізації, графітизації і вдосконалення структури.

На першому етапі нагрівання вихідних розтягнутих волокон відбувається до температури близько 220°C, що призводить до утворення поперечних хімічних зв'язків між макромолекулами полімеру.

Другий етап – нагрівання до 1000°C – дозволяє отримати карбонізовані волокна на 80 – 95 %, що складаються із елементарного вуглецю і мають достатньо високу міцність.

На третьому етапі обробки при температурі 1500 – 2500°C виходить кінцевий продукт – графітизоване вуглецеве волокно із кристалічною структурою, близькою до структури графіту. Залежно від технологій отримання модуль пружності вуглецевих волокон знаходиться в межах 220 –

700 ГПа, границя міцності 1,5 – 3,5 ГПа. Високо модульні вуглецеві волокна отримують унаслідок розтягування такого волокна при температурі 2700°C.

1.2.3 Борні волокна

Ці волокна одержують осадженням бору на розігріту вольфрамову нитку діаметром 12 – 16 мкр.. При такому процесі навколо нитки формується борна оболонка, що частково прореагувала із матеріалом нитки. Промисловість випускає волокна діаметром 100 – 200 мкр., що мають границю міцності при розтягуванні 2 – 4 ГПа, модуль пружності 370 – 430 ГПа і густину 2500 – 2700 кг/м³. Борні волокна добре поєднуються як і з полімерною, так і з кристалічною матрицею. Їх основною перевагою є висока жорсткість, міцність при стисканні. До недоліків можна віднести високу вартість, низький рівень технологічності, крихкість. Крім того, борні волокна мають високу чуттєвість до концентраторів напружень.

1.2.4 Високомодульні органічні волокна

Високомодульні органічні волокна одержують із полімерів концентрованих розчинів шляхом формуванням крізь фільтри. Далі волокна пропускають крізь ванни осадження, де видаляється основна частина розчинника, після чого здійснюють орієнтаційну витяжку і фіксацію структури волокон. Залежно від складу полімера і методу формування одержують органічні волокна, що мають густину 1400 – 1450 кг/м³, границя міцності при розтягуванні 1,8 – 3,0 ГПа і модуль пружності 70 – 130 ГПа. Волокно зберігає вихідні характеристики до 180°C, а при підвищенні температури, не плавлячись, карбонізується. Кріогенні температури не викликають крихкості волокна. При достатньо високому модулі пружності й великому граничному подовженні (до 2%) органічні волокна мають високу ударну в'язкість і малу чуттєвість до пошкодження. За питомою міцністю та жорсткістю вони переважають скляні волокна і заміняють їх при створенні балонів високого тиску і в інших елементах, матеріал яких працює на розтягання. При стисканні композити на основі органічних волокон значно поступаються склопластику.

Характеристики волокон, що найбільш застосовується в наш час, наведені у табл. 1.1. Можна відмітити, що за питомою жорсткістю високомодульні вуглецеві волокна, перевершують всі інші. При цьому найбільшу питому міцність мають високоміцні вуглецеві волокна й органічні волокна. Борні та вуглецеві волокна мають високу питому міцність і високий питомий модуль пружності.

Таблиця 1.1 Фізико-механічні характеристики волокон

Параметри	Скляні	Вуглецеві		Борні	Органічні	Сталь
		Високомодульні	високоміцні			
Густина · 10 ⁻³ , кг/м ³	2,5	1,95	1,76	2,5	1,45	7,8
Модуль пружності, ГПа	89	400	260	400	120	210
Границя міцності, ГПа (розтягання)	3,5	2,1	3,3	3,5	2,8	2,9
Питома жорсткість · 10 ⁻⁶ , м	3,6	20,3	14,7	16	8,3	2,7
Питома міцність · 10 ⁻³ , м	140	108	187	140	193	37

1.3 Матриці

У композитах, матриця складається зазвичай за ізотропних полімерів чи металів, та сплавів, та повинна забезпечити раціональну структуру композиту, а саме нормальне співвідношення між жорсткістю волокно та деформацією у матриці.

Для виготовлення конструкцій із композиційних матеріалів застосовуються такі технологічні процеси: метод укладки, намотки, вакуумне та автоклавне формування.

Розглянемо види матриць

1.3.1 Термореактивні полімерні матриці

Дані мають багато видів, що широко застосовуються: полімерні, фенолформальдегідні, епоксидні, кремнійорганічні, поліамідні в'язучі.

Вини складаються зі отверджувача, смоли та розчинника, що допомагає знизити в'язкість, та надати можливість більш гарно просочитися між армуючими елементами, а вже після просочування, за допомогою полімеризації, за нормальної чи підвищеної температури, ця рідина твердне та набуває потрібних властивостей.

- Полімери – мають високу стійкість до більшості органічних розчинників, води, неорганічних кислот та чудові діелектрики, мають малу в'язкість, тому добре кріпляться до армуючих матеріалів, також мають великий діапазон температури для затвердіння.

- Фенолформальдегіди – в'язучі твердіють при температурах 160 – 200°C і тиску порядку 30 – 40 МПа. Одержані при цьому полімери стабільні при довгому (декілька діб) нагріванні до 200 – 250°C. До недоліків можна віднести їх крихкість і велику об'ємну усадку під час твердіння.

- Епоксиди – мають комплекс гарних властивостей, такі як високі механічні адгезійні характеристики та технологічність. Твердіння смоли можна здійснити у широкому інтервалі температур, яке відбувається без виділення летких речовин і з малою об'ємною усадкою 1 – 5 %. Проте отверділі епоксиди можуть експлуатуватися при температурі до 150°C.

- Кремнійорганіки – мають високу стійкість до органічних розчинників та мінеральних кислот, широкий інтервал температури (від – 200°C до +350°C). До недоліків можливо віднести низькі механічні властивості у порівнянні з іншими матеріалами, та необхідність створення тисків при формуванні виробу.

- Поліаміди – мають високу теплостійкість, механічні характеристики та стійкість до дії механічних засобів.

Деякі характеристики розглянутих в'язучих наведені в табл. 1.2.

Таблиця 1.2 – Фізико-механічні характеристики матриці

Параметри	Полі- мерні	Фенол- фор- маль- дегідні	Епо- ксидні	Кремній- органічні	Полі- амідні
Границя міцності, МПа: розтягання – стискання –	30-70 80-150	40-70 100- 125	35-100 90-160	25-50 60-100	90-95 250- 280
Модуль пружності, ГПа	2,8-3,8	7-11	2,4-4,2	6,8-10	3,2-5,0
Густина $\cdot 10^{-3}$, кг/м ³	1,2- 1,35	1,2-1,3	1,2-1,3	1,35-1,4	1,4- 1,43
Теплостійкість, °С	50-80	140- 180	130- 150	250-280	250- 320
Відносне подовження, %	1-5	0,4-0,5	2-9	0,3-0,5	1-2,5
Загальна усадка, %	5-10	15-25	1-5	15-20	3-20

1.3.2 Термопластичні полімерні матриці

Для виготовлення цих матриць використовують термопластичні матеріали, які при нагріванні розплавляються і під час подальшого процесу охолодження твердіють. В якості матеріалів використовують:, поліфеніленсульфід, полісульфон, полієфір термопластичний, нейлон-6, співполімер етилену.

1.3.3 Вуглецеві матриці

Основні переваги композитів із вуглецевою матрицею полягають у високій теплостійкості, стійкості до теплового удару й опромінення, інертності. Ці матеріали мають високі механічні характеристики. Проте недоліком є складність технологічного процесу виробництва: композити на

основі вуглецевої матриці одержують у результаті спеціальної обробки (карбонізації) систем, утворених із вуглецевих волокон і фенольних смол. Затверділу смолу піддають піролізу в інертному середовищі або у вакуумі цей процес здійснюють при відносно високій температурі (1000 – 1500°C). Піроліз, як правило, супроводжується осіданням і збільшенням пористості, що викликає подальше ущільнення матриці.

1.3.4 Металеві матриці

Ці матеріали жорсткіші й міцніші порівняно з композитами, які виготовляють на основі полімерних матриць. Для утворення металевої матриці широко використовують сплави на основі алюмінію, що має густину 2700 кг/м³, модуль пружності 70 ГПа і температуру плавлення 700°C. До основних недоліків металевої матриці можна віднести складність технологічного процесу виробництва елементів конструкцій на її основі.

1.4 Властивості композитів з циліндричних волокон

1.4.1 Ведення.

Волокнисті композити широко застосовуються в різних областях техніки в якості конструкційних матеріалів. Конкретні області використання таких композитів істотно залежать від комплексу їх механічних та пружних характеристик.

До типових структур композитів, утворених у результаті суміщення армуючих елементів і матриць, можна віднести: орієнтовані матеріали, армовані прямолінійними волокнами (рис. 1.1 а); композити, армовані тканинами (рис. 1.1 б); матеріали, хаотично армовані неперервними (рис. 1.1 в) або хаотично розміщеними волокнами (рис. 1.1 г); просторово армовані системи (рис. 1.1 д).

Побудову математичних моделей для оцінки модулів опору волокнистих композицій присвячено досить багато робіт, у більшості яких розглянуті композити, армовані односпрямованими волокнами, що мають довжину великого їх діаметра.

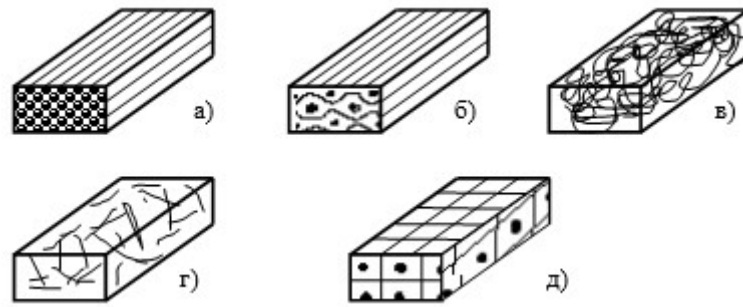


Рис.1.1 – Типові структури композитів

Разом з тим часто виникає необхідність використання волокнистих композицій з хаотично орієнтованими достатньо короткими волокнами. Такі волокна застосовуються для підвищення механічних і технологічних характеристик зв'язувального і в якості наповнювача для підвищення міцності термопластів і реактопластів, каучуків, клеїв і герметиків, а в деяких випадках — металів (алюмінію або магнію) [2]. До коротким волокнам також відносять голкоподібні та ниткоподібні кристали («вуси»), що володіють високою міцністю і жорсткістю. Наприклад, ниткоподібні кристали графіту та оксиду алюмінію мають продовжній модуль пружності (модуль Юнга) близько 1 ТПа, а міцність при розтяганні «вусів» карбиду кремнію досягає 30 ГПа [2]. В останній час в якості коротких армуючих волокон розглядаються та різні наноструктурні елементи (зокрема, вуглецеві нанотрубки).

Для достовірного прогнозу очікуваних відповідних характеристик композицій, армованих високоміцними та високо модульними короткими волокнами, необхідна розробка математичних моделей, що враховують вплив механічного взаємодії таких волокон із матрицею композиту при різних поєднаннях їх довжини та діаметра.

1.4.2 Математична модель

Нехай композиту складається з ізотропної лінійної пружної матриці, властивостей якої характеризують об'ємний модуль K^0 і модуль здвигу G^0 , і лінійно упругих ізотропних волокон, що мають об'ємний модуль K^* і модуль здвигу G^* . Об'ємну концентрацію волокон в складі обозначим C_V .

Подібний елемент структури композиту включає в себе безліч волокон, повздовжній осі яких рівно ймовірно розподілені за всіма можливими напрямками. Це, що композит не має текстурою і його допустимо припускати ізотропним [5]. Шукані пружні характеристики композита представимо об'ємним модулем K та модулем здвигу G .

Форму волокна довжиною l та діаметром d наближено представимо еліпсоїдом повороту з відношенням полу-висей $\bar{b} = l/d$. Таке зближення дозволяє використовувати для опису механічного взаємодії волокна з його оточуючою середою вирішення завдань про напружено-деформованому стані еліпсоїдного включення, поміщено в однорідну ізотропну лінійну пружне середовище [12]. У волокні як елементі структурної неоднорідності композиту виникає обурення напружено-деформованого стану стосовно заданому великому відстані від включення напружено-деформованому стану у навколишньому середовищі. У частинках матриці, які приймемо кульовими зі змінним радіусом від деякого кінцевого до нескінченно малого, що дозволяє заповнити всі порожнечі між еліпсоїдальними волокнами, також виникне обурення напружено-деформованого стану. Наступне опосередкування за представницьким обсягом композиту таких збурень у всіх волокнах і частках матриці дозволяє отримати розрахункові залежності для пружних характеристик композиту [5, 13].

Особливість еліпсоїдного включення полягає в тому, що виникає в цьому зв'язку напружено-деформованого стану однорідного по обсягу включення [12], с. е. не залежить від координат. Якщо на великій відстані від включення (порівняно з його розмірами) задані компоненти, $\varepsilon_{ij}, i, j = 1, 2, 3$, тензора деформації зовнішнього середовища, щоб в еліпсоїдному включенні з'явилося порушення деформованого стану, визначаються компонентами [14]

$$\varepsilon_{ij}^{\bullet} = \zeta_{ijmn}^{\bullet} \varepsilon_{mn}^{\bullet}, \quad m, n = 1, 2, 3 \quad (3)$$

де $\zeta_{ijmn}^{\bullet} = (C_{ijrs}^{\bullet} - C_{ijrs} + C_{ijpq} W_{pqrs}^{\bullet})^{-1} (C_{rsmn} - C_{rsmn}^{\bullet}); r, s, p, q = 1, 2, 3, C_{ijrs}^{\bullet}, C_{ijrs}$ — компоненти тензорів четвертого рангу коефіцієнта

упругості включення та навколишнього середовища; W_{pqrs}^\bullet — компоненти тензора, що залежать від форми включення та вирішують його взаємодію з зовнішньою середою.

Обурення деформованого стану в частинках матриці композиту визначають співвідношення, аналогічні формули (3):

$$\varepsilon_{ij}^\circ = \zeta_{ijmn}^\circ \varepsilon_{mn}, \quad (4)$$

де $\zeta_{ijmn}^\circ = (C_{ijrs}^\circ - C_{ijrs} + C_{ijpq} W_{pqrs}^\circ)^{-1} (C_{rsmn} - C_{rsmn}^\circ)$; C_{ijrs}° — к компонентам тензора коефіцієнта пружності матриці; W_{pqrs}° — компоненти тензора, що залежать від форми частинки матриці та характеризують її взаємодію з навколишнім середовищем. Компоненти тензорів у співвідношеннях (3) та (4) визначені у прямокутній декартовій системі координат $Ox_1x_2x_3$, неподвижної відносно представницького об'єму композиту.

Зв'язок тензора \hat{C} коефіцієнтів пружності композиту з шуканими значеннями модулів K і G встановлює рівність [15]

$$\hat{C} = 3K\hat{V} + 2G\hat{D}. \quad (5)$$

Тут \hat{V} , \hat{D} — тензори четвертого рангу, являючися об'ємною і девіаторною складовою єдиного тензора четвертого рангу $\hat{I} = \hat{V} + \hat{D}$ та має компоненти, $V_{ijmn} = \frac{\delta_{ij}\delta_{mn}}{3}$, $D_{ijmn} = (\delta_{im}\delta_{jn} + \delta_{in}\delta_{jm})/2 - V_{ijmn}$, де $\delta_{ij} = 1$ при $i = j$ та $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$ [5]. Зв'язок тензорів \hat{C}^\bullet та \hat{C}° зі заданими значеннями модулів K^\bullet , G^\bullet для волокон і K° , G° для матриці композиту визначають формули, аналогічні рівнянню (5).

Усереднені по представницькому об'єму композиту відновлення деформованого стану в волокнах і частинках матриці повинні бути рівною нулю, т. 1. е. з урахуванням формули (3) і (4) маєм

$$\langle C_V \zeta_{ijmn}^\bullet + (1 - C_V) \zeta_{ijmn}^\circ \rangle = 0, \quad (6)$$

де кутові дужки позначають процедуру опосередкування. Умова (6) характеризує так званий метод узгодження визначення ефективних пружних

характеристик неоднорідного середовища. При хаотичній орієнтації волокон процес опосередкування зазначених обурень еквівалентний прирівнюванню нуля двох лінійних інваріантів тензорів, компоненти яких укладені у кутових дужках. Таким чином, замість умови (6) отримаємо дві рівності:

$$C_V \zeta_{iimm}^\bullet + (1 - C_V) \zeta_{iimm}^\circ = 0, \quad C_V \zeta_{imim}^\bullet + (1 - C_V) \zeta_{imim}^\circ = 0 \quad (7)$$

Рівності (7) дозволяють знайти шукані значення K и G . Попередньо необхідно обчислити компоненти W_{pqrs}^\bullet и W_{pqrs}° тензорів, обернених так званому тензору Ешелбі [17].

1.4.3 Обернення тензора Ешелбі

Тензору Ешелбі четвертого рангу можна поставити у відповідність квадратну матрицю шостого порядку. У разі еліпсоїда обертання матриця N^\bullet має сім незалежних елементів, які при збігу осі обертання з координатною віссю $O\xi_3$ набудуть вигляду [5, 12]

$$N_{11}^\bullet = N_{22}^\bullet = QD_{11} + RD_1, \quad N_{12}^\bullet = N_{21}^\bullet = QD_{11}/3 - RD_1,$$

$$N_{33}^\bullet = QD_{33} + RD_3;$$

$$N_{13}^\bullet = N_{23}^\bullet = QD_{31} - RD_1, \quad N_{31}^\bullet = N_{32}^\bullet = QD_{13} - RD_3,$$

$$N_{66}^\bullet = QD_{11}/3 + RD_1;$$

$$N_{44}^\bullet = N_{55}^\bullet = Q(1 + \bar{b}^2)D_{13}/2 + R(1 - D_1)/2,$$

$$\text{де } Q = (3/2)/(1 - \nu); \quad R = (1/2 - \nu)/(1 - \nu); \quad \nu =$$

$(3K/2 - G)/(3K + G)$ — коефіцієнт Пуассона композиту,

$$D_1 = \frac{\bar{b}}{2} \int_0^\infty \frac{du}{(1+u)^2(\bar{b}^2+u)^{1/2}} = \frac{\bar{b}/2}{\sqrt{(\bar{b}^2-1)^3}} \left(\bar{b}\sqrt{\bar{b}^2-1} - \operatorname{arcch} \bar{b} \right); \quad D_3$$

$$= 1/-2D_1;$$

$$3D_{13} = (D_1 - D_3)/(\bar{b}^2 - 1); \quad D_{31} = D_{13}\bar{b}^2; \quad 4D_{11} = 1 - 3D_{13}; \quad D_{33}$$

$$= 1/3 - 2D_{13}.$$

Інші елементи цієї матриці дорівнюють нулю.

Звернення тензора Ешелбі можна замінити зверненням відповідної матриці N^\bullet , представивши її як блокову, що включає чотири блоки у вигляді

матриць третього порядку. Матриця W^\bullet , обернена до матриці N^\bullet , також буде блоковою, структура якої аналогічна структурі матриці N^\bullet . При цьому елементи діагонального блоку будуть рівними $W_{44}^\bullet = W_{55}^\bullet = 1/N_{44}^\bullet$ и $W_{66}^\bullet 1/N_{66}^\bullet$, а поводження блоку з матрицею N_0^\bullet дасть матрицю W^\bullet третього порядку з елементами

$$W_{11}^\bullet = W_{22}^\bullet = (N_{11}^\bullet N_{33}^\bullet - N_{13}^\bullet N_{31}^\bullet) / \Delta_0^\bullet, \quad W_{12}^\bullet = W_{21}^\bullet = (N_{13}^\bullet N_{31}^\bullet - N_{12}^\bullet N_{33}^\bullet) / \Delta_0^\bullet;$$

$$W_{13}^\bullet = W_{23}^\bullet = (N_{12}^\bullet - N_{11}^\bullet) N_{13}^\bullet / \Delta_0^\bullet, \quad W_{31}^\bullet = W_{32}^\bullet = (N_{12}^\bullet - N_{11}^\bullet) N_{31}^\bullet / \Delta_0^\bullet;$$

$$W_{33}^\bullet = (N_{11}^\bullet + N_{12}^\bullet)(N_{11}^\bullet - N_{12}^\bullet) / \Delta_0^\bullet,$$

де $\Delta_0^\bullet \text{del}(N_0) = (N_{11}^\bullet - N_{12}^\bullet)(N_{11}^\bullet N_{33}^\bullet - 2N_{13}^\bullet N_{31}^\bullet + N_{12}^\bullet N_{33}^\bullet)$ — визначник матриці N_0^\bullet .

Тензор Ешелбі для шарових частинок матриці композиту є ізотропним, т. 1, с. е. його компоненти не залежать від орієнтації системи координат. Цей тензор можна представити у вигляді [5]

$$\hat{N}^\circ = \frac{1 + \nu}{3(1 - \nu)} \hat{V} + 2 \frac{4 - 5\nu}{15(1 - \nu)} \hat{D}.$$

Тензору \hat{V}° , зворотному тензору \hat{N}° , відповідає симетрична матриця W° з елементами $W_{11}^\circ = W_{22}^\circ = W_{33}^\circ = (1 - \nu) / ((1 + \nu) + 5 / (4 - 5\nu))$, $W_{12}^\circ = W_{13}^\circ = W_{23}^\circ = (1 - \nu)(1 / (1 + \nu) - (5/2) / (4 - 5\nu))$, $W_{44}^\circ = W_{55}^\circ = W_{66}^\circ = 15(1 - \nu) / (4 - 5\nu)$. Інші елементи цієї матриці, яка також є блоковою, дорівнюють нулю.

1.5 Властивості композитів з сферичними включеннями

1.5.1 Чисельне моделювання

Нанокластери з одношарових вуглецевих нанотрубок (ОВНТ) – конгломерати ОВНТ, утворені під впливом сил Ван-дер-Ваальса. Прийнято припущення про хаотичну орієнтацію осей обертання ОВНТ у нанокластері, що дозволяє вважати такий об'єкт ізотропним з об'ємним модулем пружності K^\bullet та модулем зсуву G^\bullet .

Важливою характеристикою композиту, крім властивостей матеріалу матриці та включень, є схема армування. Варіанти армування шаровими включеннями зображені на рис. 1.2.: а, б.

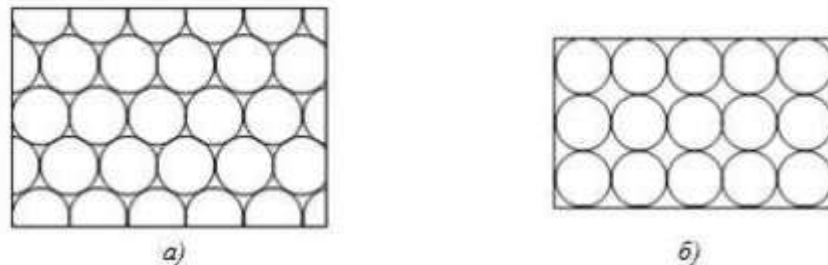


Рис. 1.2. Схеми армування шаровими включеннями

У цій роботі обрано схему армування, аналогічну кубічній кристалічній решітці (рис. 1, б).

Розглянуто обидва варіанти періодичного осередку композиту. Представницьким елементом структури композиту є куб з восьмою частиною шарового включення в одному з кутів, прийнятому за початок прямокутної декартової системи координат.

Для моделювання пружних характеристик композиту за допомогою кінематичних та силових граничних умов (ГУ) реалізовано розтягнення вздовж однієї координатної осі та зсув представницького елемента. Що стосується куба з восьмими частинами кулі у кутах на гранях куба, що належать координатним площинам, задані умови симетрії, але в інших – ГУ, у разі куба з кулею у центрі – навпаки.

При розтягуванні вздовж однієї осі у разі кінематичних ГУ переміщення вважаємо постійними та рівними 1% від характерного розміру представницького обсягу. Отже, із закону Гука отримуємо співвідношення знаходження значення об'ємного модуля пружності K композиту, що пов'язує його з елементами матриці коефіцієнтів пружності

$$K = \frac{C_{11} + 2C_{12}}{3}.$$

Що стосується силових ГУ – напруги постійні. При такому типі ГУ співвідношення для модуля композиту K пов'язане з елементами матриці коефіцієнтів податливості

$$K = \frac{1}{3(S_{11} + 2 S_{12})}$$

З розгляду зсуву за допомогою геометричних та силових ГУ можна знайти модуль G композиту через елемент C_{44} матриці коефіцієнтів пружності та S_{44} матриці коефіцієнтів податливості відповідно

$$G = C_{44} = \frac{1}{S_{44}}.$$

1.5.2 Аналітичні методи

Для порівняння результатів, отриманих за допомогою чисельного моделювання, реалізовані аналітичні методи: метод самоузгодження [5, 12] та двояке формулювання завдання пружності для неоднорідного твердого тіла [14].

1.5.3 Метод самоузгодження

Нехай лінійно-пружне ізотропне середовище з шуканими пружними характеристиками K та G композиту займає необмежену область. Пружні характеристики ізотропних композиту, включень та матриці можуть бути представлені в однаковій тензорній формі (на прикладі композиту)

$$C = 3KV + 2GD, \quad (8)$$

де C – тензор четвертого рангу коефіцієнтів пружності середовища; V и D – ізотропні тензори четвертого рангу, що є, відповідно, об'ємною та девіаторною складовими одиничного тензора четвертого рангу $I = V + D$.

Компоненти цих складових мають вигляд [14]:

$$V_{ijmn} = \frac{\delta_{ij}\delta_{mn}}{3}, \quad D_{ijmn} = \frac{\delta_{im}\delta_{jn} + \delta_{in}\delta_{jm}}{2} - V_{ijmn}, \quad (m, n = 1, 2, 3).$$

З урахуванням цих формул, правила підсумовування доданків за латинськими індексами, що повторюються в співмножниках, і рівності $\delta_{ii} = 3$. Зможна встановити, що

$$V_{ijmn}\delta_{kl} = \delta_{ij}, \quad D_{ijkl}\delta_{kl} = 0, \quad (k, l = 1, 2, 3),$$

а також

$$V_{ijmn}V_{mnlk} = V_{ijkl}, \quad D_{ijmn}D_{mnlk} = D_{ijkl}, \quad V_{ijmn}D_{mnlk} = 0.$$

У середовищі спочатку відсутні напруги і пов'язані з ними деформації. Якщо виділене в необмеженій області включення з того ж лінійно-пружного ізотропного матеріалу подумки витягти з навколишнього середовища і створити в ньому однорідну деформацію, що визначається тензором ε'' , після повернення включення на колишнє місце деформований стан цього включення також буде однорідним [12], що визначається тензором ε' . Цей тензор пов'язаний із тензором ε'' рівністю

$$\varepsilon'' = W \cdot \varepsilon', \quad (9)$$

де W - тензор четвертого рангу, зворотний тензору Ешелбі [12] з компонентами, що залежать від форми включення та пружних характеристик середовища, а кожна з точок між співмножниками у творі тензорів позначає операцію згортання за індексом, однаковим в обох співмножниках.

Подальше накладення на середу у всій області однорідної деформації, що характеризується тензором $\Delta\varepsilon$ з компонентами $\Delta\varepsilon_{ij} = \text{const}$, визначеними у глобальній $Ox_1 x_2 x_3$ системі декартових координат, викликає у включенні збільшення напруг, що визначається тензором з компонентами $\Delta\sigma = C \cdot \Delta\varepsilon$.

Після однорідного деформування середовища напружений стан включення з урахуванням формули (9) визначатиме тензор

$$\sigma = C \cdot (\varepsilon' - \varepsilon'') + C \cdot \Delta\varepsilon = C \cdot \varepsilon' - C \cdot W \cdot \varepsilon' + C \cdot \Delta\varepsilon, \quad (10)$$

а повну однорідну деформацію включення – тензор $\varepsilon_* = \varepsilon' + \Delta\varepsilon$. Якщо за умови збереження повної деформації ε_* провести заміну вихідного ізотропного включення на анізотропне включення тієї ж форми, пружні властивості якого характеризує тензор четвертого рангу C^* коефіцієнтів

пружності, то в новому включенні виникне однорідний напружено-деформований стан, що визначається тензором.

$$\sigma^\bullet = C^\bullet \dots (\varepsilon^\bullet + \Delta\varepsilon) \quad (11)$$

Еквівалентність заміни включень вимагає як збігу їх повної деформації, а й збігу напружених станів, тобто. рівності $\sigma = \sigma^\bullet$. Виключивши з урахуванням цієї рівності із співвідношень (10) і (11) тензор ε' , можна записати

$$\varepsilon^\bullet = (C^\bullet - C + C \dots W)^{-1} \dots C \dots W - I, \quad (12)$$

$$\text{де } C \dots W = (3K + 4G)V + (5/3)(3K + 4G)/(K + 2G)D.$$

Тензор ε^\bullet характеризує обурення деформованого стану анізотропного еліпсоїдного включення.

Форма частинок матриці, що пов'язує в композиті кульові включення, при хаотичному розташуванні включень є невизначеною, тому виберемо цю кульову форму. Взаємодія кульової частинки матриці з ізотропним навколишнім середовищем визначають співвідношення, аналогічні (12),

$$\varepsilon^\circ = (C^\circ - C + C \dots W)^{-1} \dots C \dots W - I \quad (13)$$

Осереднення за представницьким обсягом композиту обурень деформації за всіма кульовими включеннями та частинками матриці, згідно з методом самоузгодження, має призвести до нульового результату. Таке опосередкування, позначене кутовими дужками, за умови відсутності збільшення температури $\Delta T \equiv 0$ дозволяє записати

$$(1 - C_V)\langle \varepsilon^\circ \rangle + C_V\langle \varepsilon^\bullet \rangle = O_2, \quad (14)$$

де C_V - об'ємна концентрація кульових включень, рівна $C_V \in [0, 1]$, а O_2 -тензор другого рангу з нульовими компонентами. Всі тензори другого рангу, що входять до лівих частин рівності (15) і визначені формулами (12) і (13), мають один і той же множник $\Delta\varepsilon$, що характеризує макроскопічно однорідний деформований стан композиту. Тому при опосередкуванні цей множник можна опустити і перейти до опосередкування тензорів четвертого рангу

$$u^\circ = (C^\circ - C + C \dots W)^{-1} \dots (C - C^\circ), u^\bullet = (C^\bullet - C + C \dots W)^{-1} \dots (C - C^\bullet).$$

Тоді рівність (7) буде еквівалентною рівності

$$(1 - C_V)\langle u^\circ \rangle + C_V\langle u^\bullet \rangle = O_4, \quad (15)$$

де O_4 – тензор четвертого рангу із нульовими компонентами.

Тензор u° і u^\bullet є ізотропним, отже, опосередкування кожного з таких тензорів рівносильне обчисленню двох лінійних інваріантів [5]:

$$u_1^\circ = u^\circ \dots V, u_2^\circ = u^\circ \dots D, u' = u^\bullet \dots V, u'' = u^\bullet \dots D$$

Таким чином, з рівності (15) випливає система двох рівнянь:

$$(1 - C_V)u_1^\circ + C_V u' = 0, (1 - C_V)u_2^\circ + C_V u'' = 0, \quad (16)$$

Розв'язання цієї системи рівнянь, нелінійних щодо шуканих модулів пружності K_C та G_C композиту, доцільно звести до завдання безумовної мінімізації функції $F(K, G) = (f_1(K, G))^2 + (f_2(K, G))^2$, де функції f_1 та f_2 відповідають лівим частинам рівностей (16).

1.5.4 Двосторонні оцінки

Для побудови двосторонніх оцінок пружних показників композиту у роботі використана двоїста варіаційна форма моделі лінійної термопружності стосовно неоднорідному лінійно пружному твердому тілу [14]. Ця форма містить два альтернативні функціонали (мінімізований та максимізований), які на справжніх розподілах переміщень і напруг досягають рівних за значенням екстремумів.

Двосторонні оцінки можна побудувати стосовно ефективних характеристик, які пов'язують між собою осереднені за представницьким обсягом V композиту тензори другого рангу напруг і деформації відповідно

$$\langle \sigma \rangle = \frac{1}{V} \int_V \sigma(M) dV(M), \quad \langle \varepsilon \rangle = 1/V \int_V \varepsilon(M) dV(M),$$

де $\sigma(M)$ і $\varepsilon(M)$ – тензори, що визначають напружено-деформований стан на околиці точки $M \in V$. За відсутності теплового впливу $\Delta T \equiv 0$ правильні рівність $\langle \sigma \rangle = C_* \langle \varepsilon \rangle$ і $\langle \varepsilon \rangle = S_* \langle \sigma \rangle$, C_* и S_* – ефективні тензори коефіцієнтів пружності і податливості композиту відповідно.

При відсутності об'ємних сил і завданні кінематичних граничних умов на поверхні S , що обмежує об'єм V , функціонал, що досягає мінімуму на істинному розподілі переміщень у замкнутій області $\bar{V} = V \cup S$, має вигляд [16]

$$J_1 = \frac{1}{2} \int_V \varepsilon(M) \cdot C^*(M) \cdot \varepsilon(M) dV(M), M \in V,$$

де C^* - тензор, що відповідає локальним значенням коефіцієнтів пружності матриці та сфероїдальних включень в обсязі V .

При допустимому однорідному деформованому стані, що визначається тензором $\varepsilon_0 = \langle \varepsilon \rangle$ компонентами $\varepsilon_{ij} = \text{const}$, можна записати вираз [3]

$$\frac{1}{2} \int_V C^*(M) dV(M) \geq C_*, \quad M \in V,$$

еквівалентне двом нерівностям, що містять лінійні інваріанти тензорів C^* і C_* ,

$$\frac{1}{V} \int_V C^* \dots V dV(M) \geq 9K_*, \quad \frac{1}{V} \int_V C^* \dots D dV(M) \geq 10G_*.$$

Це дозволяє для ефективних значень модулів пружності K_* та G_* композиту уявити верхні оцінки K_+ та G_+ у вигляді

$$\tilde{K}_+ = \frac{K_+}{K^\circ} = 1 - C_V + C_V \frac{C_{iimm}^\circ}{9K^\circ}, \quad \tilde{G}_+ = \frac{G_+}{G^\circ} = 1 - C_V + C_V \frac{C_{imim}^\circ - C_{iimm}^\circ/3}{9K^\circ},$$

де C_{ijmn}° - компоненти тензора C° .

За відсутності об'ємних сил і заданих силових граничних умов на поверхні, що обмежує об'єм V , функціонал, що максимізується на істинному розподілі напруг у замкнутій області \bar{V} має вигляд [3],

$$J_2 = -\frac{1}{2} \int_V \sigma(M) \cdot S^*(M) \cdot \sigma(M) dV(M), \quad M \in V,$$

де $S^*(M)$ - тензор, що відповідає локальним значенням коефіцієнтів податливості матриці та включень в обсязі V . При допустимому однорідному напруженому стані, що визначається тензором $\sigma_0 = \langle \sigma \rangle$ компонентами $\sigma_{ij} = \text{const}$, можна записувати [3]

$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{2} \int_V \sigma \dots S^* \dots \sigma_0 dV(M) &\leq -\frac{1}{2} \int_V \sigma(M) \dots S^*(M) \dots \sigma(M) dV(M) \\
 &= -\frac{V}{2} \sigma_0 \dots S^* \dots \sigma_0.
 \end{aligned}$$

Звідси випливає нерівність [16]

$$\frac{1}{V} \int_V S^* \dots V dV(M) \geq \frac{1}{K_*}, \frac{1}{V} \int_V S^* \dots D dV(M) \geq \frac{5}{2G}.$$

З них випливають нижні оцінки K_- та G_- для ефективних значень модулів K_* та G_* композиту, де S_{ijmn}^\bullet – компоненти тензора S^\bullet , зворотного до C^\bullet ,

Дані оцінки можуть бути досить грубими, так як при обчисленні функціоналів були використані прості і тому наближені допустимі розподілу переміщень і напруг.

Розділ 2 Аналіз 3D хаотично армованих шаровими включеннями та циліндричними волокнами композиційних матеріалів за методом скінчених елементів за умови моделювання адгезійного сполучення між матрицею та армуючими елементами

У цій роботі було досліджено хаотично армованими сферичними та циліндричними включеннями композиційні матеріали. Для цього було використано програмний комплекс Ansys, а саме модуль APDL Mechanical. В ньому за допомогою методу скінчених елементів у тривимірній постановці симулюються пружні властивості композитів.

Матрицею композиційних матеріалу є промисловий політетрафторетилен (ПТФЕ) марки О з модулем поздовжньої пружності $E = 460.9$ МПа та коефіцієнтом Пуассона $\nu = 0.45$. Для композита з шаровими включеннями наповнювачем є дрібнодисперсний кокс ливарний кам'яновугільний марки КЛ-1 з модулем поздовжньої пружності $E = 3500$ МПа та коефіцієнтом Пуассона $\nu = 0.40$ та з нерегулярною формою частинок, модельованими сферами діаметрами від 10 до 60 мкм. А для композита з волокнами використовуються вуглецеві волокна марки УТМ-8-1с, діаметром від 10 до 12 мкр. з модулем поздовжньої пружності $E = 460.9$ МПа та коефіцієнтом Пуассона $\nu = 0.45$.

2.1 Генерація наповнювання

2.1.1 Процедура випадкової послідовної адсорбції (RSA)

Подібні техніки використовувалася для сфер [23,24], сфероциліндрів [23], еліпсоїдів [24] та стрижнів [18,19,23] при вивченні упаковки частинок та композитів, армованих частинками. В роботі використано метод для створення геометрії випадкового волокнистого / сферичного композиту зі випадково розподіленими уривчастими волокнами або цільними сферами. Для композитів, армованих волокнами, з малим співвідношенням сторін та малою об'ємною часткою волокна можна моделювати у вигляді прямих циліндрів. У тривимірному просторі, як показано на рис. 1, циліндр описується

центральною точкою $C(x)$, радіусом r , довжиною h і двома кутами Ейлера ϕ і θ . Алгоритм випадкової послідовної адсорбції для генерації RVE полягає у послідовному додаванні волокон у куб шляхом випадкової генерації центральної точки $C(x)$ та двох кутів Ейлера. Довжина волокна можуть бути обрані випадковим чином в межах 100–150 мкм. Об'єкти випадково генеруються в межах куба зі стороною 100 мкм. і перевіряються на перетинання одне з одним.

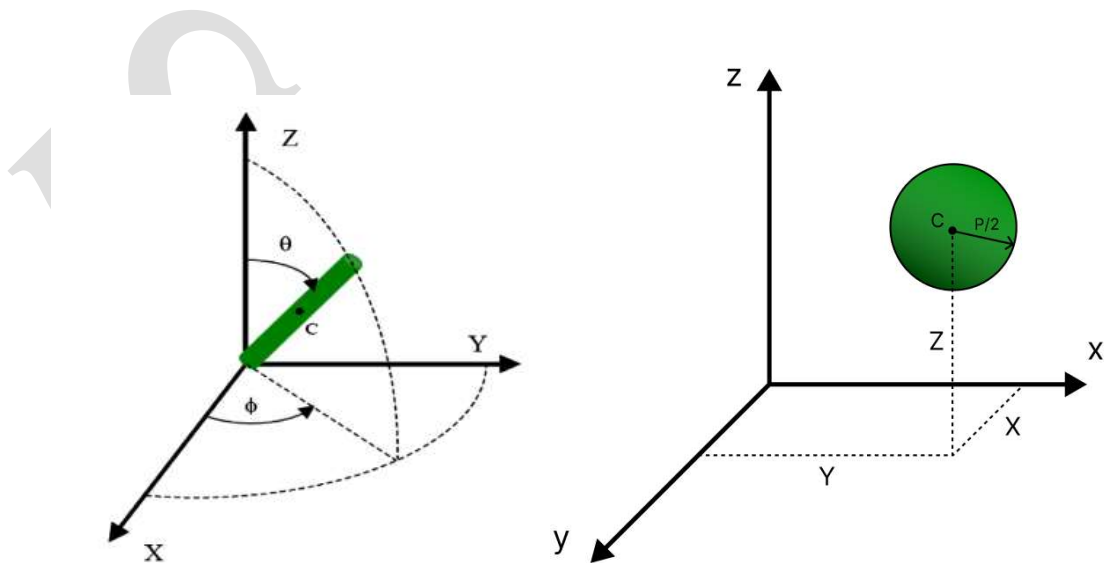


Рисунок 2.1 – Моделювання волокна як циліндра та сфери в тривимірному просторі

Фізично перетин будь-яких двох волокон неприйнятний, оскільки потрібно, щоб знову згенеровані волокна-кандидати не перекривали ніякі волокна. Поточна об'ємна частка оновлюється, коли приймається нове волокно/куля, і процес триває доти, доки досягнуто попередньо визначена об'ємна частка або досягнуто заздалегідь певну кількість проходів.

2.1.2 Перевірка перетину двох сфер або циліндрів

Як вказували *Vöht* та ін. [16] для випадку циліндрів перевірка на порушення перетину шарів є досить складним завданням. З відомостей для сферичних наповнювачів умовою не перетину прийнято: що відстань між

центрами сфер повинна бути більша сумі їх радіусів, та робиться ось в такій процедурі:

```
*dim,sphere,array,N*50,4
!d - діаметр кулі; X, Y, Z - координати центру кулі
```

```
*IF j,LE,i,THEN
VAL1=((sphere(i,2)-sphere(j,2))**2+(sphere(i,3)-
sphere(j,3))**2+(sphere(i,4)-sphere(j,4))**2)**0.5
VAL2=sphere(i,1)/2+sphere(j,1)/2
j=j+1
*ENDIF
```

```
*dim,fibre,array,N*50,7
!d - діаметр циліндра; l - довжина циліндра; Xc, Yc, Zc - координати
центру мас волокна;
!rotZ, rotX - орієнтація у просторі, подана у вигляді 2-х послідовних
кутів повороту відносно вісей Z та X.
```

А для волокон: Відстань між прямим що перетинаються, повинна бути більше за суму радіусів волокон що перетинаються:

```
!l віднімання об'ємів
FLST,3,17,6,ORDE,11
FITEM,3,6
FITEM,3,11
FITEM,3,-13
FITEM,3,15
FITEM,3,-16
FITEM,3,20
FITEM,3,22
```

FITEM,3,-25

FITEM,3,27

FITEM,3,30

FITEM,3,-34

VSBV, 35,P51X

!2 переміщення у єдину структуру (без контакту)

VGEN, ,36, , , -200, , , ,1

**IF,j,LE,i,THEN*

!координати точки на вісі волокна i

xi=fibre(i,3)

yi=fibre(i,4)

zi=fibre(i,5)

!напрямні косинуси вісі волокна i

*axi=sin(fibre(i,6)*pi/180)*sin(fibre(i,7)*pi/180)*

*ayi=-cos(fibre(i,6)*pi/180)*sin(fibre(i,7)*pi/180)*

*azi=cos(fibre(i,7)*pi/180)*

!координати точки на вісі волокна j

xj=fibre(j,3)

yj=fibre(j,4)

zj=fibre(j,5)

!напрямні косинуси вісі волокна j

*axj=sin(fibre(j,6)*pi/180)*sin(fibre(j,7)*pi/180)ayj=-*

*cos(fibre(j,6)*pi/180)*sin(fibre(j,7)*pi/180)*

*azj=cos(fibre(j,7)*pi/180)*

!VAL1 - відстань між перехресними прямими

```

VAL11=(xi-xj)*(ayi*azj-azi*ayj)-(yi-yj)*(axi*azj-azi*axj)
VAL11=VAL11+(zi-zj)*(axi*ayj-ayi*axj)
VAL12=(ayi*azj-azi*ayj)**2+(axi*azj-azi*axj)**2
VAL12=(VAL12+(axi*ayj-ayi*axj)**2)**0.5
VAL1=ABS(VAL11/VAL12)
VAL2=(fibre(i,1)+fibre(j,1))/2
j=j+1
*ENDIF

```

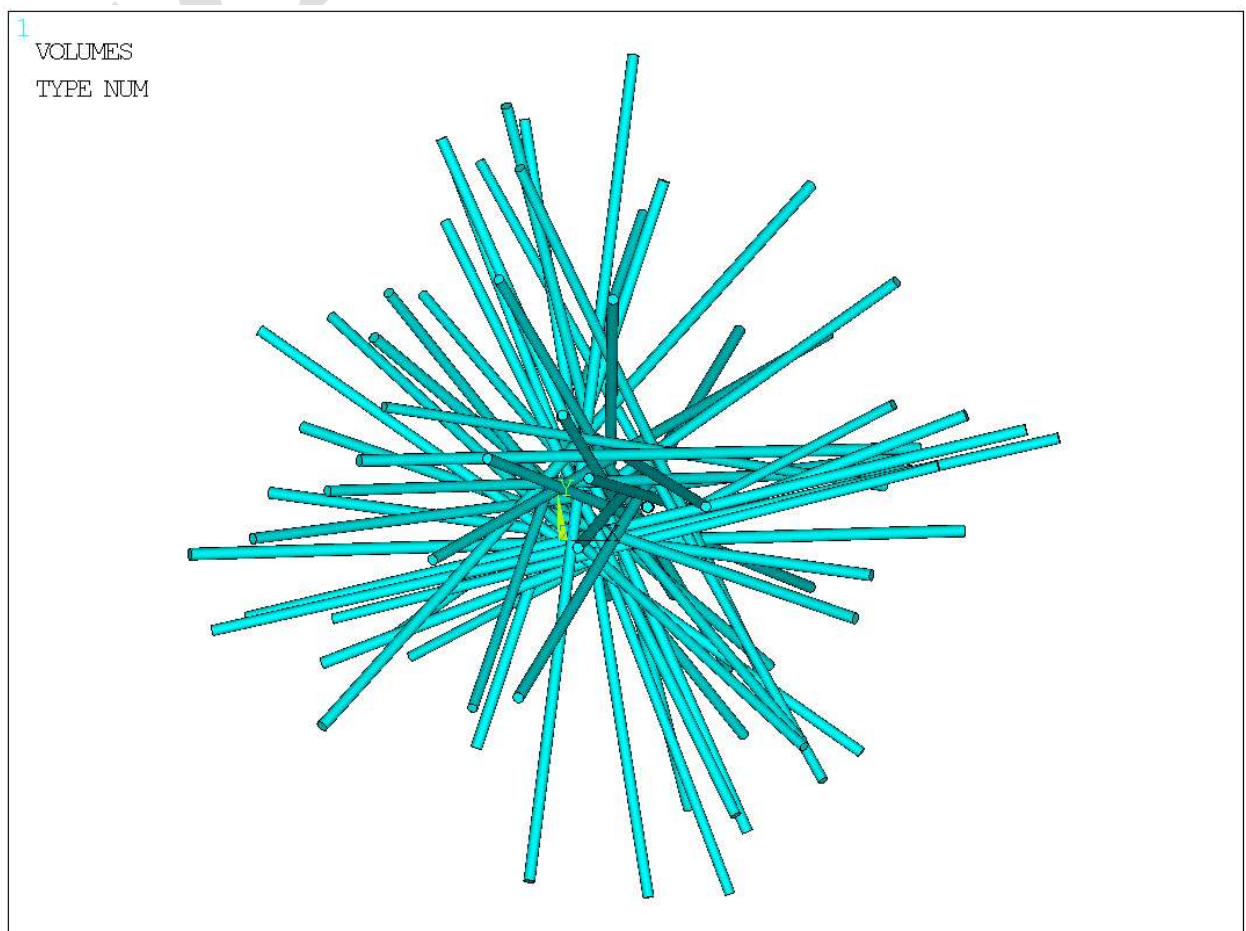


Рисунок 2.2 – Згенерована модель волокон

2.2 Заповнювання моделі

Надалі згенерована модель, для композита з волокнами, не підходить, тому для створення більш підходящої, потрібно вирізати куб, в нашому випадку це куб зі ребрами 100 мкр. Для цього спочатку, за допомогою функції

WPCSYS , було згенеровано плоскість, що буде граню куба далі її перемістили на її місце, після чого було розбито по цій плоскості наявні волокна, вбрані та видалені лишні волокна. Вигляд коду:

```

dx=-7
dy=-18
dz=-16
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
z0=0+dz
z1=100+dz
y0=0+dy
y1=100+dy
x0=0+dx
x1=100+dx
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

WPCSYS,-1,0
wpoff,0,0,z0
VSBW,ALL
VSEL,ALL
VSEL,S,LOC,Z,z0,-1000
VDELE,ALL, , ,1
VSEL,ALL
WPCSYS,-1,0
wpoff,0,0,z1
VSBW,ALL
WPCSYS,-1,0
VSEL,S,LOC,Z,z1,1000
VDELE,ALL, , ,1
VSEL,ALL

```

WPCSYS,-1,0

wpro,,,-90.000000,

wpoff,0,0,y0

VSBW,ALL

VSEL,ALL

VSEL,S,LOC,Y,y0,-1000

VDELE,ALL, , ,1

VSEL,ALL

WPCSYS,-1,0

wpro,,,-90.000000,

wpoff,0,0,y1

VSBW,ALL

WPCSYS,-1,0

VSEL,S,LOC,Y,y1,1000

VDELE,ALL, , ,1

VSEL,ALL

WPCSYS,-1,0

wpro,,,90.000000

wpoff,0,0,x0

VSBW,ALL

VSEL,ALL

VSEL,S,LOC,X,x0,-1000

VDELE,ALL, , ,1

VSEL,ALL

WPCSYS,-1,0

wpro,,,90.000000

wpoff,0,0,x1

VSBW,ALL


```
WPCSYS,-1,0  
VSEL,S,LOC,X,x1,1000  
VDELE,ALL,,1  
VSEL,ALL
```

Так ці ітерації були зроблені з усіх граней куба. Приклад розбиття представлено на рисунку 2.3.

Після розрізу було виконано генерацію матриці, для цього було скопійовано на певній відстані від головної моделі, таку же модель, та згенеровано куб поверх неї так щоби він займав всю площу копії (рис. 2.4). Далі за допомогою інструмента «Subtract» ,було видалено об'єми з куба (рис. 2.5) після чого цей куб було переміщено до залишених волокон. Та за допомогою «VGLUE» було «склеєно» ці волокна так куб.

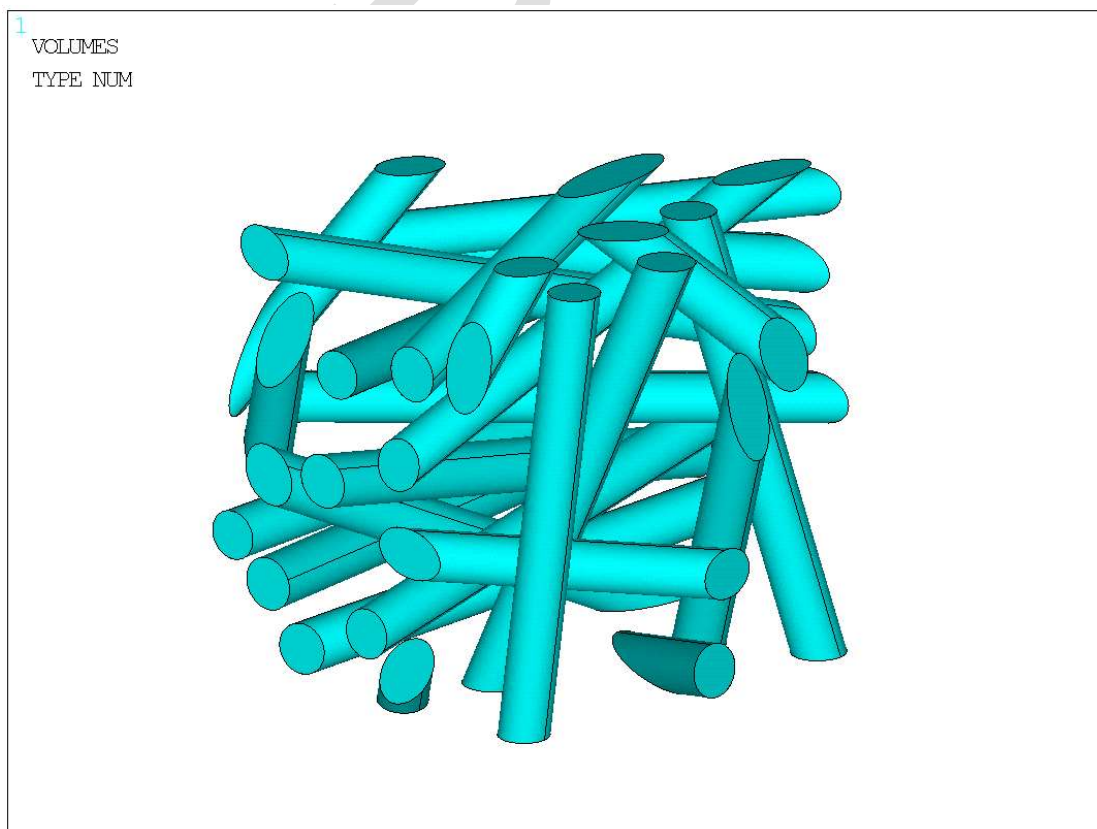


Рисунок 2.3 – Обрізані волокна

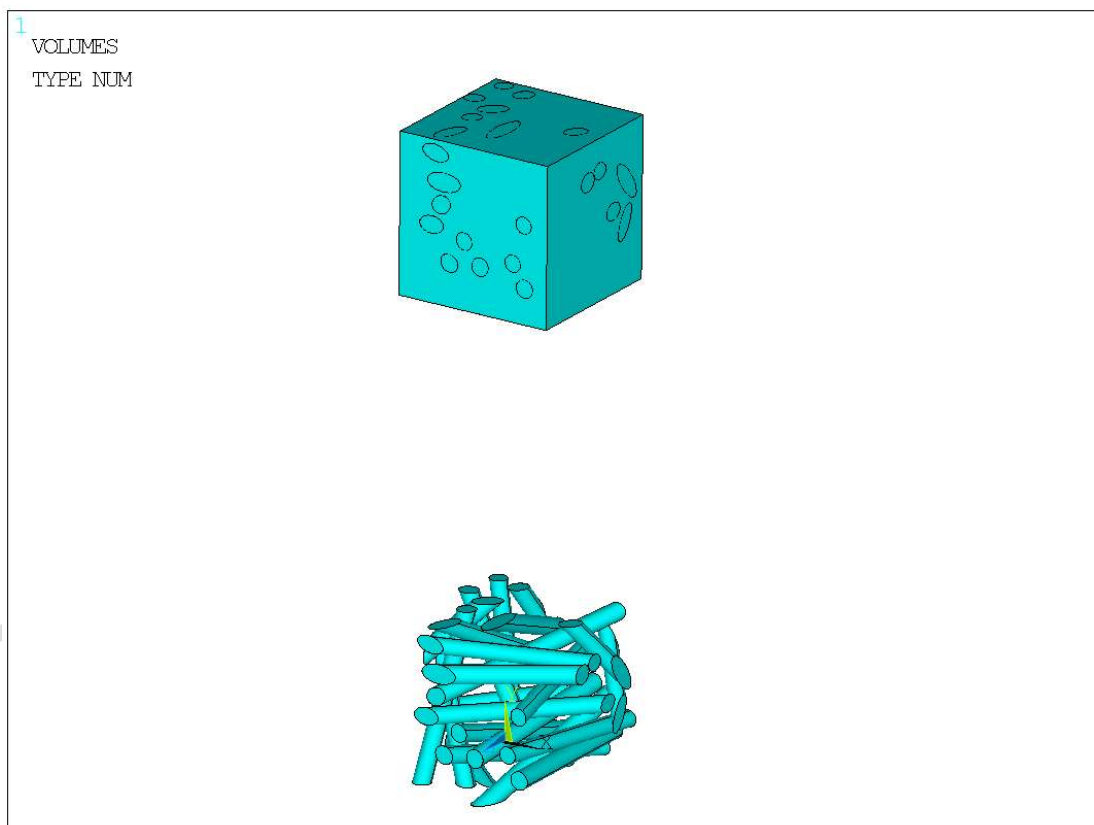


Рисунок 2.4 – Копіювання волокон

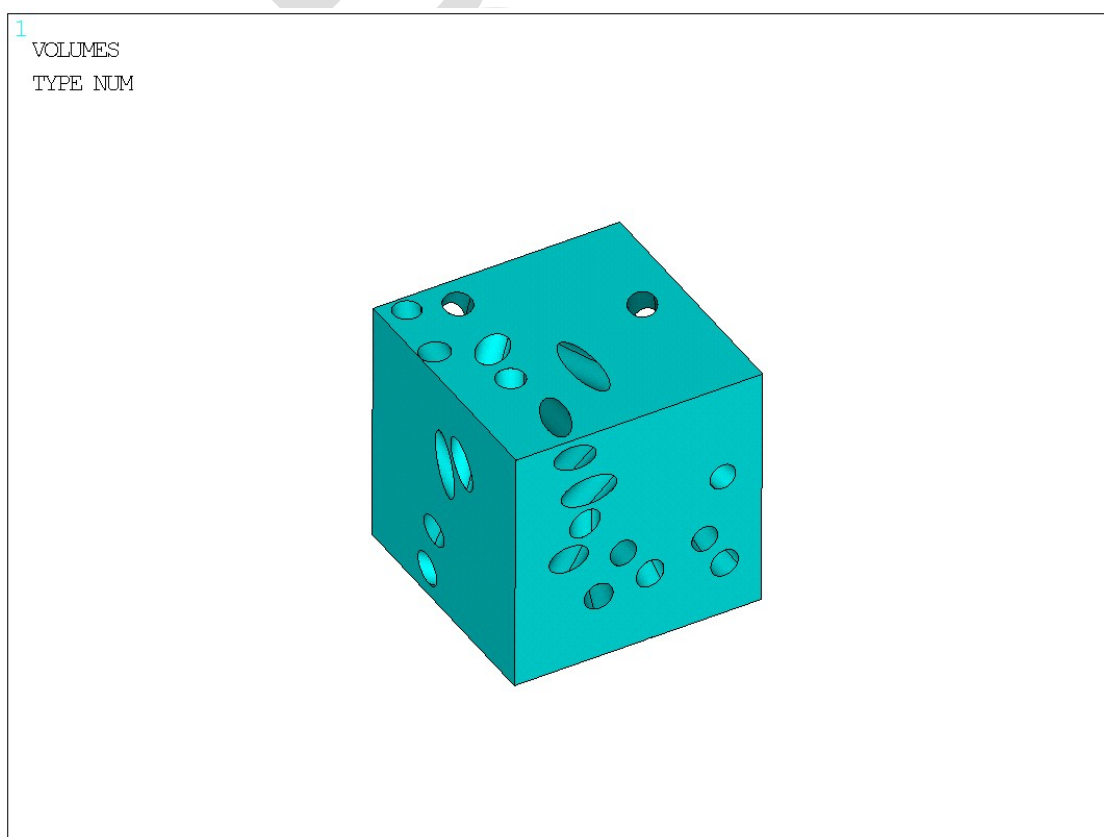


Рисунок 2.5 – Готова модель матриці

2.3 Розрахунок моделі та отримання результатів

За допомогою «SOLID187» готову модель було розбито на сітку, з малих тривимірних 10-вузлових тетраедричних структурованих твердих тіл (Рис. 2.6). Для всіх моделей було умовно використано розбиття на елементи розміром 5 мкр. зі згущенням в місцях контактах матриці в наповнювачем. Результат представлено на рисунку 9.

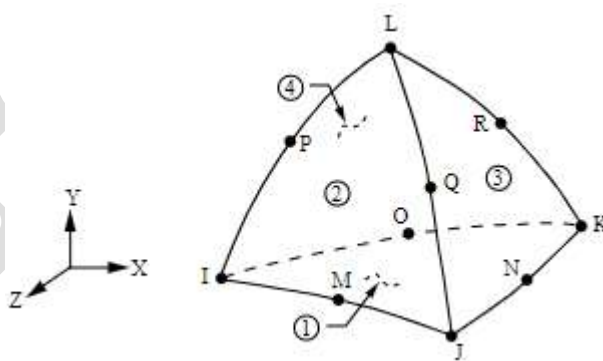


Рисунок 2.6 – Геометрія три вимірного скінченного елемента SOLID187

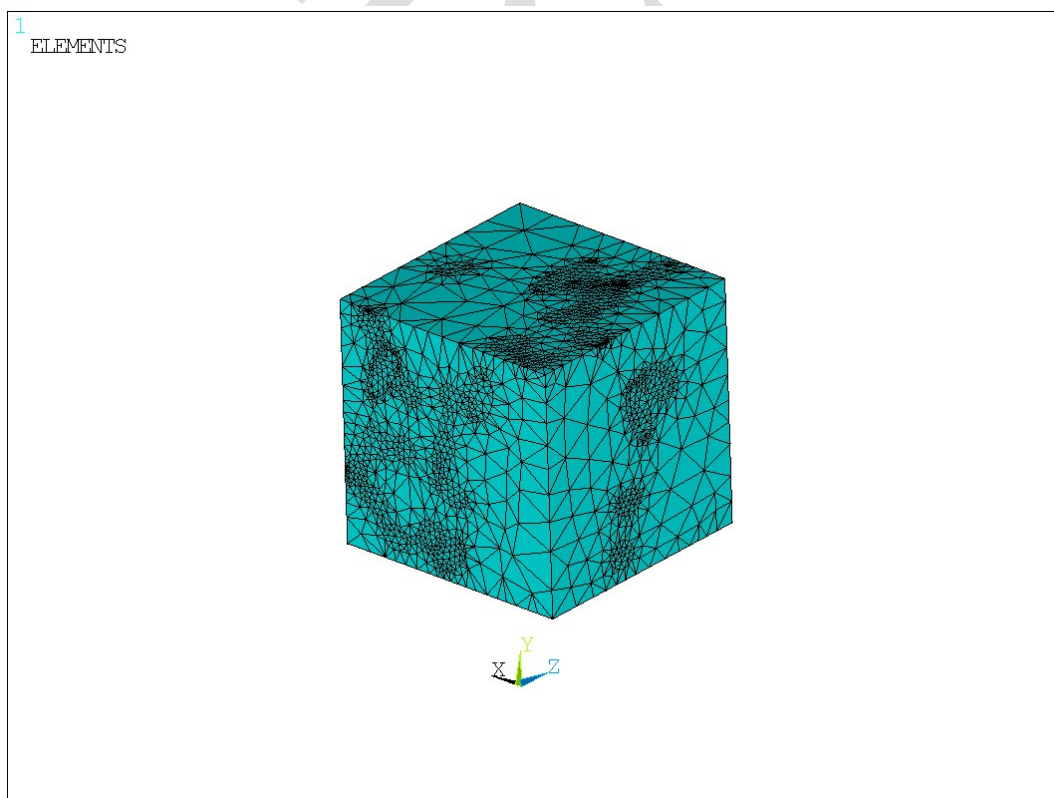


Рисунок 2.7 - Розбиття моделі композита

Далі дана модель жорстко затискалася за однією гранню куба. Навантаження відбувалося кінематично переміщенням протилежної закріпленої грані: для знаходження повздовжнього модуля пружності лінійним переміщенням уздовж вектору нормалі \mathbf{n} до грані, для модуля зсуву – уздовж вектору дотичної $\boldsymbol{\tau}$ до згаданої грані. Після розрахунку знімаються показники переміщення, та повторяється розрахунок для інших граней.

Оскільки ми намагаємося змоделювати прості деформовані стани – розтягання, то для цього одна грань куба закріплюється жорстким затисненням для моделювання зсуву грань протилежна до затиснутої зміщується у напрямку дотичного до зовнішньої нормалі на 0,1 м. що відповідає для розтягання/стискання, відносній лінійній деформації 0,1 суміщення поділене на 100 мкм. (довжина кубу), а у випадку зсуву дорівнює арктангенсу 0,1 мкм. абсолютного зміщення поділеного на ребро

Висновок до другого розділу:

На основі моделювання паристих деформівних станів розтягання та стискання для тривимірної скінченної елементної моделі побудованої «З гори до низу» знайдено силові фактори N для розтягання і Q для зсуву яка відповідає нормованій відносній деформації, відносному лінійному подовженні та куту зсуву відповідно.

Розділ 3 Практичні оцінки пружніх властивостей композитів зі сферичними та циліндричними включеннями

3.1 Експериментальне визначення пружніх властивостей

На матеріали, під час їх використання, часто діють різні навантаження, від чого вони деформуються або ламаються. Вчені матеріалознавці тестують ці матеріали на піддатливість навантаженням в залежності від прикладених сил, температури, часу та інших умов. Результати цих досліджень залежать від розміру, форм зразків, способу його утримання та способу проведення випробування.

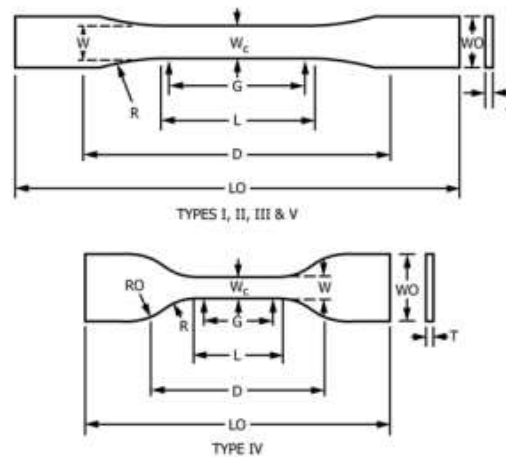
Отже, якщо потрібні точні порівняльні результати, ці фактори необхідно ретельно контролювати. Так для тестування властивостей, зразків матеріалів, в світі було створено спеціальні норми. Так для композитів доречно використовувати такі норми:

- D 638 – 14: Стандартний метод випробувань властивостей пластмас при розтягуванні.
- D 695 – 15: Стандартний метод випробувань властивостей жорсткого пластику на стиск.
- D 732 – 17: Стандартний метод випробування міцності пластмаси на зсув.

3.1.1 Випробування на розтяг

Одним з найпоширеніших методів тестування є випробування на розтяг. При випробуванні на розтяг зразок піддається постійно зростаючій одноосьовій розтягуючій силі, при цьому спостерігаючи за подовженням його. Параметрами, які використовуються для опису кривої напруги-деформації металу, є границя плинності, міцності та пропорційності.

Для тестування використовують не менше 5 зразків, для композитів потрібно використовувати розміри зразка типу I, показаний на рисунку 3.1.

Specimen Dimensions for Thickness, T , mm (in.)^A

Dimensions (see drawings)	7 (0.28) or under		Over 7 to 14 (0.28 to 0.55), incl	4 (0.16) or under		Tolerances
	Type I	Type II	Type III	Type IV ^B	Type V ^{C,D}	
W —Width of narrow section ^{E,F}	13 (0.50)	6 (0.25)	19 (0.75)	6 (0.25)	3.18 (0.125)	± 0.5 (± 0.02) ^{B,C}
L —Length of narrow section	57 (2.25)	57 (2.25)	57 (2.25)	33 (1.30)	9.53 (0.375)	± 0.5 (± 0.02) ^C
WO —Width overall, min ^G	19 (0.75)	19 (0.75)	29 (1.13)	19 (0.75)	...	+ 6.4 (+ 0.25)
WO —Width overall, min ^H	9.53 (0.375)	+ 3.18 (+ 0.125)
LO —Length overall, min ^H	165 (6.5)	183 (7.2)	246 (9.7)	115 (4.5)	63.5 (2.5)	no max (no max)
G —Gage length ^I	50 (2.00)	50 (2.00)	50 (2.00)	...	7.62 (0.300)	± 0.25 (± 0.010) ^C
G —Gage length ^J	25 (1.00)	...	± 0.13 (± 0.005)
D —Distance between grips	115 (4.5)	135 (5.3)	115 (4.5)	65 (2.5) ^J	25.4 (1.0)	± 5 (± 0.2)
R —Radius of fillet	76 (3.00)	76 (3.00)	76 (3.00)	14 (0.56)	12.7 (0.5)	± 1 (± 0.04) ^C
RO —Outer radius (Type IV)	25 (1.00)	...	± 1 (± 0.04)

Рисунок 3.1 – Типи зразків для тестування на розтяг

В випадку, якщо зразок пошкоджується через дефект, або ламається не в місці узького поперечного перерізу то цей зразок відсіюється якщо цей дефект не підлягає дослідженню. Швидкість та температура, вибирається з таблиць.

Далі вимірюється ширина та товщина зразка з точністю до 0,025 мм, використовуючи метод дослідження по D5947. Після зразок закріплюється в випробувальну машину, як показано на рисунку 3.2

Після встановлюється швидкість та проводиться дослідження, зі зняттям показників в вигляді графіків, на основі яких і будувалися характеристики матеріалів.

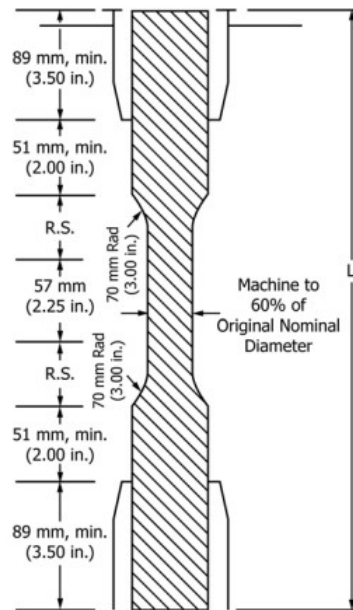


Рисунок 3.2 – Приклад закріплення зразка

3.2 Розрахунок моделей та зняття показників

Для об'ємних змістів 12, 14, 16, 18% ($\pm 0,5\%$) проводився розрахунок для визначення E_{XX} , E_{YY} , E_{ZZ} , G_{XY} , G_{XZ} , G_{YZ} переміщені.

Для визначення E проводилось закріплення, для цього вибиралися всі площі що знаходяться з однієї гранні, та закріплюються.

ALLSEL,ALL

ASEL,S,LOC,Y,y0-qqq,y0+qqq

DA,ALL,ALL,

ALLSEL,ALL

Далі вибиралась протилежна грань та задавалось переміщення, поперек цих площин, таким чином моделюється розтягання зразка.

Після розрахунку проводилось зняття показників переміщення:

ALLSEL,ALL

ASEL,S,LOC,Y,y1-qqq,y1+qqq

DA,ALL,UY,0.1

ALLSEL,ALL

Після цього можливо подивитися на деформації що залишилися (рис.

3.3)

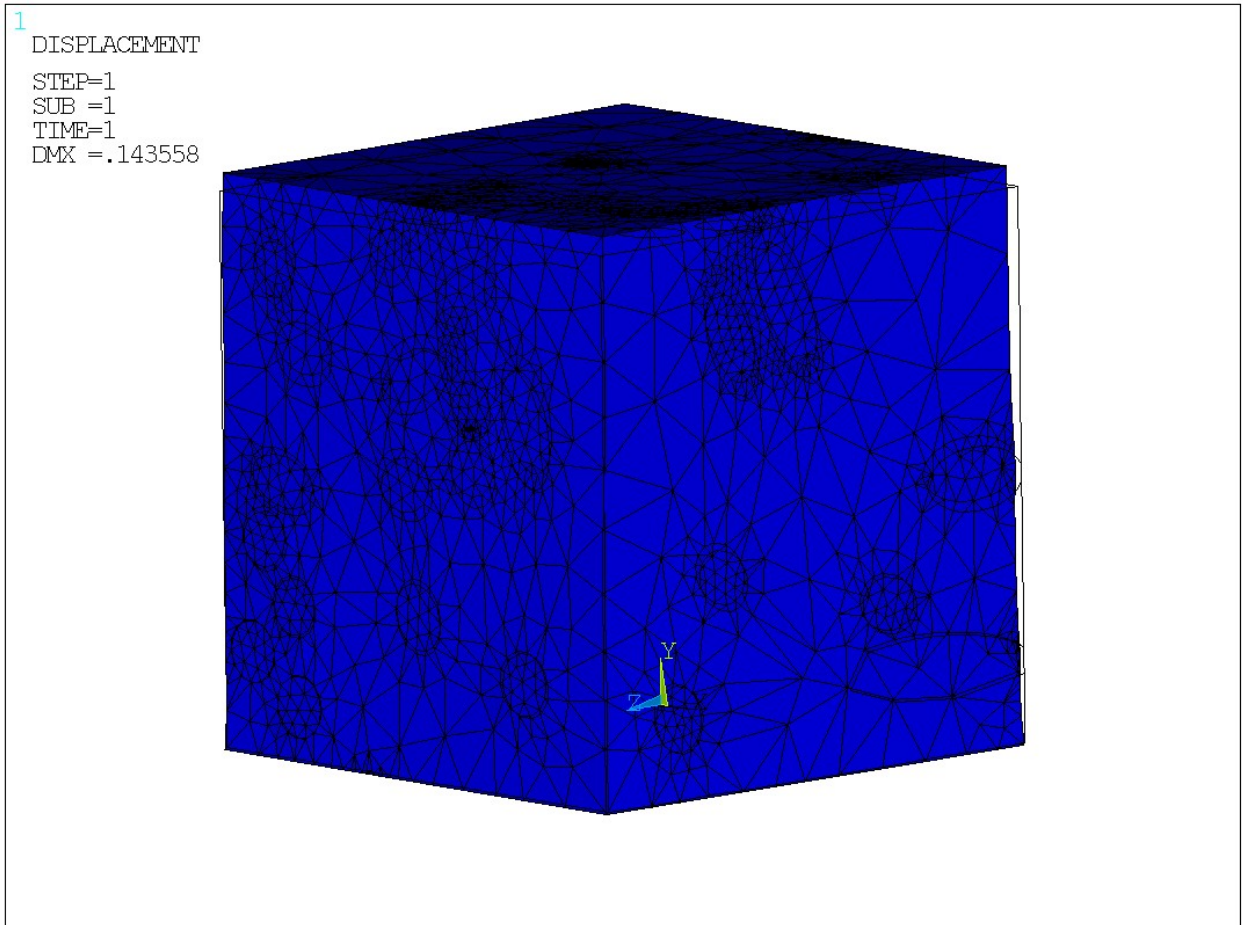


Рисунок 3.3 – Деформація зразка в результаті витягування.

Для розрахунку G робиться такі ж операції що й для E , за одним виключенням, переміщення проводиться не поперек а вздовж площини

!для GYX

!закріплення

ALLSEL,ALL

ASEL,S,LOC,Y,y0-qqq,y0+qqq

DA,ALL,ALL,

ALLSEL,ALL

!переміщення

ALLSEL,ALL

ASEL,S,LOC,Y,y1-qqq,y1+qqq

DA,ALL,UX,0.1

ALLSEL,ALL

Зняття даних проходить тим же методом

ALLSEL,ALL

ASEL,S,LOC,Y,y1-qqq,y1+qqq

NSLA,S

PRRSOL,

ALLSEL,ALL

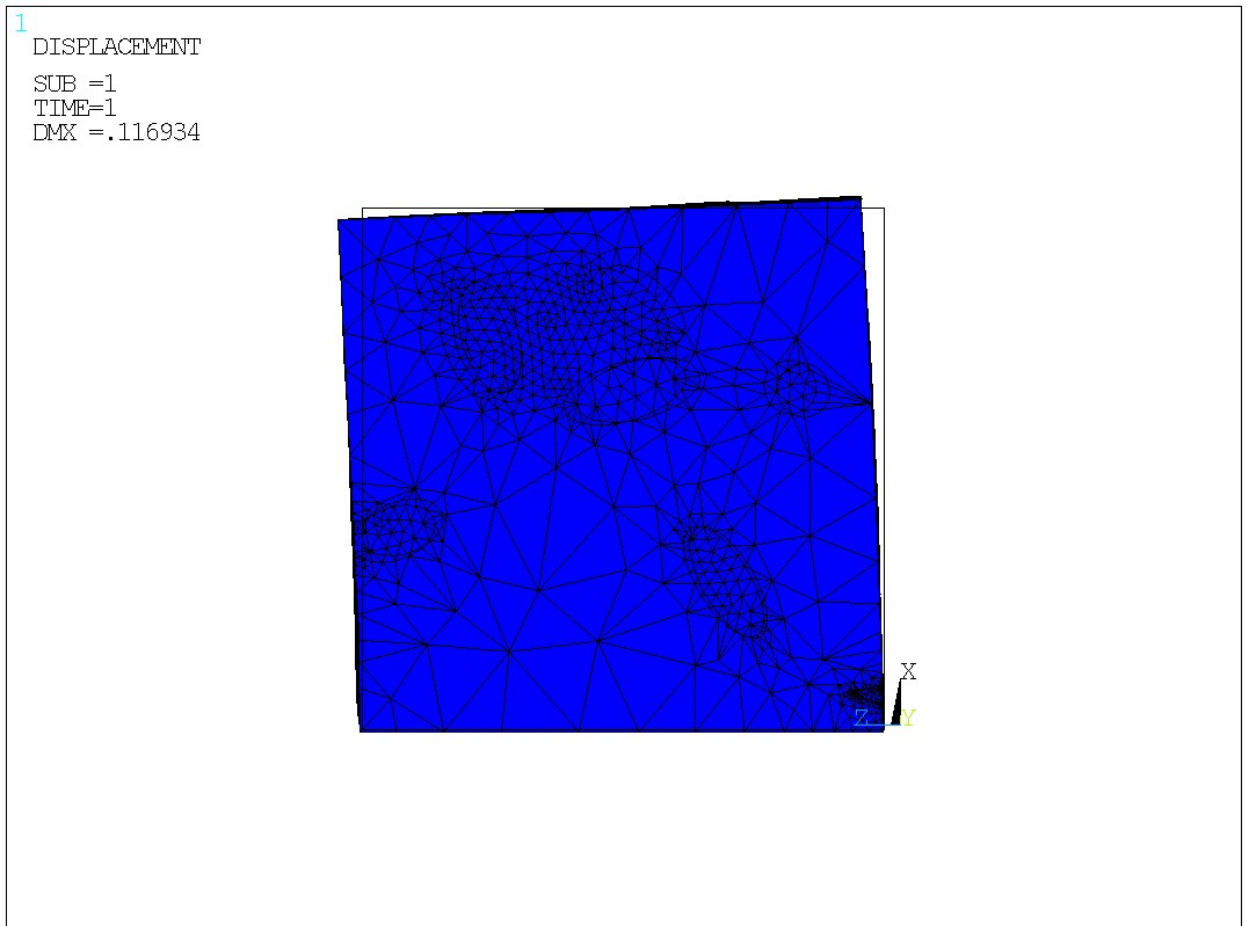


Рисунок 3.4 – Деформація зразка в результаті зсуву.

Збирання інформації проходить за допомогою вибору площини на виводу переміщені точок на ній, та контролювалось, щоб ненульова сила відповідала напрямку кінематичного навантаження:

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!X

ALLSEL,ALL

ASEL,S,LOC,X,x1-qqq,x1+qqq

NSLA,S

PRRSOL,

ALLSEL,ALL

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!Y

ALLSEL,ALL

ASEL,S,LOC,Y,y1-qqq,y1+qqq

NSLA,S

PRRSOL,

ALLSEL,ALL

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!Z

ALLSEL,ALL

ASEL,S,LOC,Z,z1-qqq,z1+qqq

NSLA,S

PRRSOL,

ALLSEL,ALL

Висновки до третього розділу

У третьому розділі було змодельовано прості деформівні стани розтягання та зсуву на основі симуляції реальних дослідів визначенням пружних властивостей за нормативною документацією України та європейського союзу, визначалися відповідні внутрішні силові фактори: повздовжня сила N (сила у вздовж x) та сили зсуву (сила у вздовж y, z), ділилися на відповідну площу грані куба, і це напруження ділили при розтяганні/стисканні на відносну лінійну деформацію що становила $0,1$ мм переміщення у напрямку x поділено на 100 мм ребра що подовжувався, та аналогічно або на кут суму γ що є арктангенсом відношенням абсолютного зсуву аналогічного $0,1$ мм поділеного на ребро куба і знайшли внутрішні силові фактори.

PRRSOL Command

File

```

247403 -0.62285E-007
247404 -0.16731E-007
247405 -0.79055E-007
247406 0.49753E-008
247407 -0.43275E-008
247408 -0.16722E-006
247409 -0.77678E-008
247410 -0.16573E-008
247411 0.61592E-007
247412 -0.10220E-007
247413 -0.17397E-006
247414 -0.23624E-006
247415 0.42183E-007
247416 0.21072E-008
247417 0.29201E-007
247418 -0.26856E-007

**** POST1 TOTAL REACTION SOLUTION LISTING ****

LOAD STEP= 1 SUBSTEP= 1
TIME= 1.0000 LOAD CASE= 0

THE FOLLOWING X,Y,Z SOLUTIONS ARE IN THE GLOBAL COORDINATE SYSTEM

   NODE      FX          FY          FZ
247419 0.36777E-006
247420 0.11566E-006
247421 0.54115E-007
247422 -0.50398E-006
247423 -0.37919E-007
247424 0.12989E-006
247425 -0.32821E-008
247426 -0.36653E-005
247427 -0.98984E-006
247428 0.25340E-008
247429 0.34813E-006
247430 -0.10732E-006
247431 0.13803E-007
247432 0.98480E-007
247433 0.35693E-006
247434 0.13887E-006
247435 0.90222E-008
247436 0.13099E-006
247437 -0.32728E-007
247438 -0.33263E-007
247439 -0.25109E-006
247440 -0.10576E-005
247441 -0.17526E-006
247442 -0.13859E-006
247443 0.18609E-005
247444 -0.27020E-006
247445 -0.11042E-006
247446 -0.12345E-006
247447 0.28478E-006
247448 0.51418E-006
247449 -0.85582E-008
247450 0.30547E-007
247451 0.59309E-007

TOTAL VALUES
VALUE 0.91876E-003 0.0000 0.0000

```

Рисунок 3.5 – Приклад отриманих даних

Розділ 4 Проектування пружних властивостей хаотично армованих шаровими включеннями та короткими волокнами композиційних матеріалів на основі чисельного експерименту

4.1 Апроксимація

Апроксимація – або ж наближення, що полягає в знаходженні більш простої функції що була би близька до загальної функції. Для такого наближення використовують поліноми, а для знаходження коефіцієнтів цього полінома використовують метод найменших квадратів.

Існують різні види апроксимації, такі як лінійна, поліноміальна, логарифмічна, експоненційна та інші. Всі ці апроксимації вирішуються методом найменших квадратів, проте різними формулами а саме:

Лінійна апроксимація:

$$y = \alpha x + b$$

де α – кут нахилу

b - координата перетину осі абсцис

Поліноміальна апроксимація:

$$y = b + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + \dots + c_nx^n$$

Де $b, c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$ – константи

Логарифмічна апроксимація:

$$y = c \cdot \ln x + b$$

Де c, b – константи

\ln – функція натурального логарифма

Експоненційна апроксимація:

$$y = c \cdot e^{bx}$$

Де c, b – константи

e – основа натурального логарифму

4.2 Обробка даних симуляцій з отриманням прогнозів до пружнім властивостей

Отримані у ході розв'язання чисельних експериментів пружні властивості E_{XX}, E_{YY}, E_{ZZ}, G_{XY}, G_{XZ}, G_{YZ} були занесені в таблиці:

Таблиця 4.1 – Переміщення моделей з волокон

Fbr	μ	E _{XX}	E _{YY}	E _{ZZ}	<E>	G _{XY}	G _{XZ}	G _{YX}	G _{YZ}	G _{ZX}	G _{ZY}	<G>
.06	18,36	6,6110E-03	1,1035E-02	1,7154E-02		9,3005E-04	9,3830E-04	1,0191E-03	1,1882E-03	1,3719E-03	1,3719E-03	
.07	18,24	7,9176E-03	8,2008E-03	1,9183E-02		9,6114E-04	1,0441E-03	9,7451E-04	1,1089E-03	1,3272E-03	1,0680E-03	
.30	18,49	5,9801E-03	7,8021E-03	2,0896E-02		8,2568E-04	9,5735E-04	9,1876E-04	1,0899E-03	1,6415E-03	1,4947E-03	
.06	16,03	6,2304E-03	1,0069E-02	1,5137E-02		8,5697E-04	9,0410E-04	9,5513E-04	1,1074E-03	1,2016E-03	1,2865E-03	
.07	16,14	7,6009E-03	7,8168E-03	1,8869E-02		9,2239E-04	8,9871E-04	9,1206E-04	1,0495E-03	1,2284E-03	1,0195E-03	
.30	16,22	5,7016E-03	7,2201E-03	1,8333E-02		7,9460E-04	8,7074E-04	8,6685E-04	1,0401E-03	1,0472E-02	1,2998E-03	
.06	14,03	5,7613E-03	9,6617E-03	1,3494E-02		8,3209E-04	8,5961E-04	9,1695E-04	1,0574E-03	1,1561E-03	1,1742E-03	
.07	13,79	7,2195E-03	7,2759E-03	1,5183E-02		8,5516E-04	8,4273E-04	8,5623E-04	9,8794E-04	1,1245E-03	9,3500E-04	
.30	13,95	7,0551E-03	7,2201E-03	1,3968E-02		7,6713E-04	8,9501E-04	8,2441E-04	9,8980E-04	1,1888E-03	1,0580E-03	
.06	11,96	5,2933E-03	9,3942E-03	1,1200E-02		7,3927E-04	8,1265E-04	8,6102E-04	9,9844E-04	1,0465E-03	1,1008E-03	
.07	11,98	6,7981E-03	6,9340E-03	1,2328E-02		8,1396E-04	7,9986E-04	8,2547E-04	9,4095E-04	1,0310E-03	8,5337E-04	
.30	11,95	5,2008E-03	6,7389E-03	1,0788E-02		7,2102E-04	8,4118E-04	7,6239E-04	8,5961E-04	1,0207E-03	9,2992E-04	

Таблиця 4.2 – Переміщення моделей з циліндрами

Sp	μ	E _{XX}	E _{YY}	E _{ZZ}	<E>	G _{XY}	G _{XZ}	G _{YX}	G _{YZ}	G _{ZX}	G _{ZY}	<G>
.40	12,05	4,3616E-03	4,3325E-03	4,3434E-03		6,0553E-04	6,0489E-04		6,0465E-04			
.43	11,85	3,2230E-03	4,3370E-03	4,3703E-03		6,0580E-04	6,0550E-04		6,0551E-04			
.47	11,74	4,3159E-03	4,3443E-03	4,3306E-03		6,0407E-04	6,0395E-04		6,0340E-04			
.46	13,91	4,3345E-03	4,3626E-03	4,3861E-03		6,0769E-04	6,0877E-04		6,0694E-04			
.50	13,75	4,3742E-03	4,3795E-03	7,7256E-03		6,0984E-04	6,1028E-04		6,0697E-04			
.55	14,48	4,3789E-03	4,3807E-03	4,3533E-03		6,0785E-04	6,0871E-04		6,0850E-04			
.22	16	4,3995E-03	4,3823E-03	4,3912E-03		6,0956E-04	6,1026E-04		6,1054E-04			
.23	15,98	4,3941E-03	4,3840E-03	4,3911E-03		6,1069E-04	6,1128E-04		6,1027E-04			
.32	16,04	4,3686E-03	4,3851E-03	4,3800E-03		6,0957E-04	6,0981E-04		6,1096E-04			
.21	17,5	4,4104E-03	4,4070E-03	4,4014E-03		6,1381E-04	6,1172E-04		6,1135E-04			
.29	17,48	4,4105E-03	4,4070E-03	4,3987E-03		6,1247E-04	6,1220E-04		6,1370E-04			
.30	18,38	4,4294E-03	4,4100E-03	4,4153E-03		6,1336E-04	6,1325E-04		6,1422E-04			

Після чого було отримано напруження, для повздовжнього E отримане переміщення поділили на площу грані та поділене на відносно повздовжнє подовження, а для G отримане переміщення ділилось на площу грані, та поділене на арктангенс що дорівнює куту зсуву, що в свою чергу рівний 0,1 нм. поділений на 100 нм.:

Таблиця 4.3 – Напруження моделей з волокон

fbr	μ	E _{XX} , Па	E _{YY} , Па	E _{ZZ} , Па	<E>, Па	G _{XY} , Па	G _{XZ} , Па	G _{YX} , Па	G _{YZ} , Па	G _{ZX} , Па	G _{ZY} , Па	<G>, Па
.06	18,36	6,6110E+08	1,1035E+09	1,7154E+09	1,1600E+09	9,3005E+07	9,3830E+07	1,0191E+08	1,1882E+08	1,3719E+08	1,3719E+08	1,1366E+08
.07	18,24	7,9176E+08	8,2008E+08	1,9183E+09	1,1767E+09	9,6114E+07	1,0441E+08	9,7451E+07	1,1089E+08	1,3272E+08	1,0680E+08	1,0806E+08
.30	18,49	5,9801E+08	7,8021E+08	2,0896E+09	1,1559E+09	8,2568E+07	9,5735E+07	9,1876E+07	1,0899E+08	1,6415E+08	1,4947E+08	1,1546E+08
.06	16,03	6,2304E+08	1,0069E+09	1,5137E+09	1,0479E+09	8,5697E+07	9,0410E+07	9,5513E+07	1,1074E+08	1,2016E+08	1,2865E+08	1,0520E+08
.07	16,14	7,6009E+08	7,8168E+08	1,8869E+09	1,1429E+09	9,2239E+07	8,9871E+07	9,1206E+07	1,0495E+08	1,2284E+08	1,0195E+08	1,0051E+08
.30	16,22	5,7016E+08	7,2201E+08	1,8333E+09	1,0418E+09	7,9460E+07	8,7074E+07	8,6685E+07	1,0401E+08	1,0472E+09	1,2998E+08	2,5573E+08
.06	14,03	5,7613E+08	9,6617E+08	1,3494E+09	9,6390E+08	8,3209E+07	8,5961E+07	9,1695E+07	1,0574E+08	1,1561E+08	1,1742E+08	9,9939E+07
.07	13,79	7,2195E+08	7,2759E+08	1,5183E+09	9,8928E+08	8,5516E+07	8,4273E+07	8,5623E+07	9,8794E+07	1,1245E+08	9,3500E+07	9,3359E+07
.30	13,95	7,0551E+08	7,2201E+08	1,3968E+09	9,4144E+08	7,6713E+07	8,9501E+07	8,2441E+07	9,8980E+07	1,1888E+08	1,0580E+08	9,5386E+07
.06	11,96	5,2933E+08	9,3942E+08	1,1200E+09	8,6292E+08	7,3927E+07	8,1265E+07	8,6102E+07	9,9844E+07	1,0465E+08	1,1008E+08	9,2645E+07
.07	11,98	6,7981E+08	6,9340E+08	1,2328E+09	8,6867E+08	8,1396E+07	7,9986E+07	8,2547E+07	9,4095E+07	1,0310E+08	8,5337E+07	8,7744E+07
.30	11,95	5,2008E+08	6,7389E+08	1,0788E+09	7,5759E+08	7,2102E+07	8,4118E+07	7,6239E+07	8,5961E+07	1,0207E+08	9,2992E+07	8,5580E+07

Таблиця 4.4 – Напруження моделей з циліндрами

Sp	μ	E _{XX} , Па	E _{YY} , Па	E _{ZZ} , Па	<E>, Па	G _{XY} , Па	G _{XZ} , Па	G _{YX} , Па	G _{YZ} , Па	G _{ZX} , Па	G _{ZY} , Па	<G>, Па
.40	12,05	4,3616E+08	4,3325E+08	4,3434E+08	4,3458E+08	6,0553E+07	6,0489E+07		6,0465E+07			6,0502E+07
.43	11,85	3,2230E+08	4,3370E+08	4,3703E+08	3,9768E+08	6,0580E+07	6,0550E+07		6,0551E+07			6,0560E+07
.47	11,74	4,3159E+08	4,3443E+08	4,3306E+08	4,3303E+08	6,0407E+07	6,0395E+07		6,0340E+07			6,0381E+07
.46	13,91	4,3345E+08	4,3626E+08	4,3861E+08	4,3611E+08	6,0769E+07	6,0877E+07		6,0694E+07			6,0780E+07
.50	13,75	4,3742E+08	4,3795E+08	7,7256E+08	5,4931E+08	6,0984E+07	6,1028E+07		6,0697E+07			6,0903E+07
.55	14,48	4,3789E+08	4,3807E+08	4,3533E+08	4,3710E+08	6,0785E+07	6,0871E+07		6,0850E+07			6,0835E+07
.22	16,00	4,3995E+08	4,3823E+08	4,3912E+08	4,3910E+08	6,0956E+07	6,1026E+07		6,1054E+07			6,1012E+07
.23	15,98	4,3941E+08	4,3840E+08	4,3911E+08	4,3897E+08	6,1069E+07	6,1128E+07		6,1027E+07			6,1075E+07
.32	16,04	4,3686E+08	4,3851E+08	4,3800E+08	4,3779E+08	6,0957E+07	6,0981E+07		6,1096E+07			6,1011E+07
.21	17,50	4,4104E+08	4,4070E+08	4,4014E+08	4,4063E+08	6,1381E+07	6,1172E+07		6,1135E+07			6,1229E+07
.29	17,48	4,4105E+08	4,4070E+08	4,3987E+08	4,4054E+08	6,1247E+07	6,1220E+07		6,1370E+07			6,1279E+07
.30	18,38	4,4294E+08	4,4100E+08	4,4153E+08	4,4182E+08	6,1336E+07	6,1325E+07		6,1422E+07			6,1361E+07

Далі за отриманими даними було побудовано графіки точок, які априксимізували за поліномами другого порядку та отримали відповідні функції, що показують прогнозування властивостей:

Результати симуляції для модулів повздовжньої пружності при змінних об'ємних вмістах циліндричного наповнювача

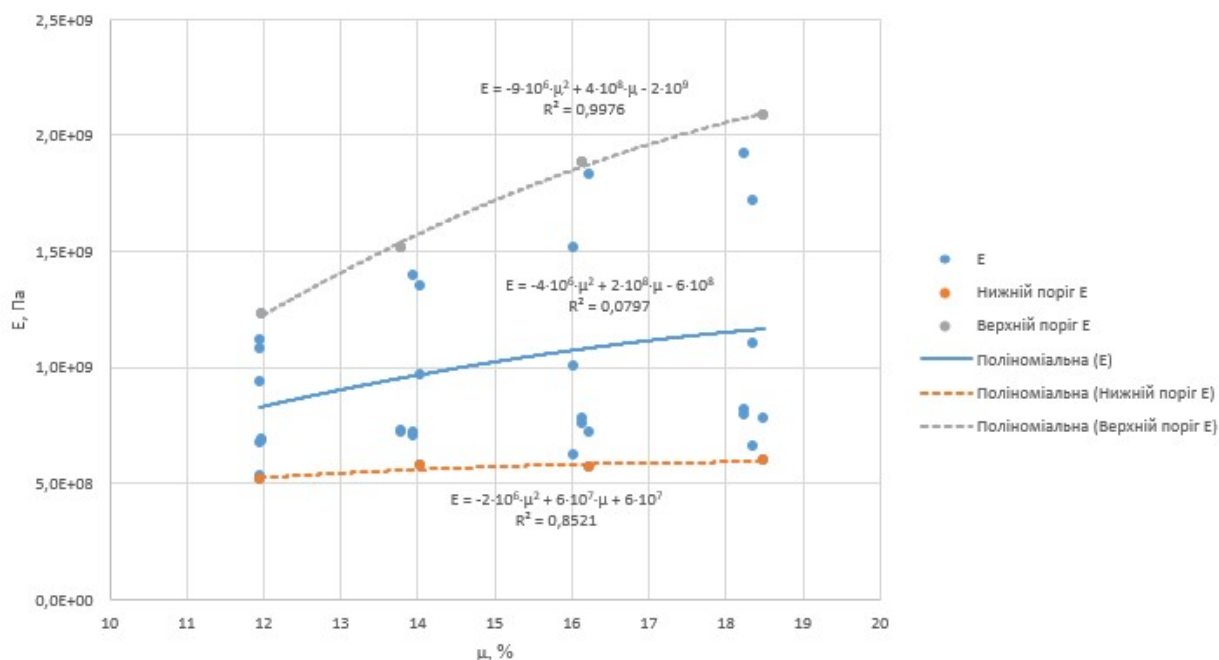


Рисунок 4.1 - Результати симуляції для модулів повздовжньої пружності при змінних об'ємних вмістах циліндричного наповнювача

Результати симуляції для модулів зсуву при змінних об'ємних вмістах циліндричного наповнювача

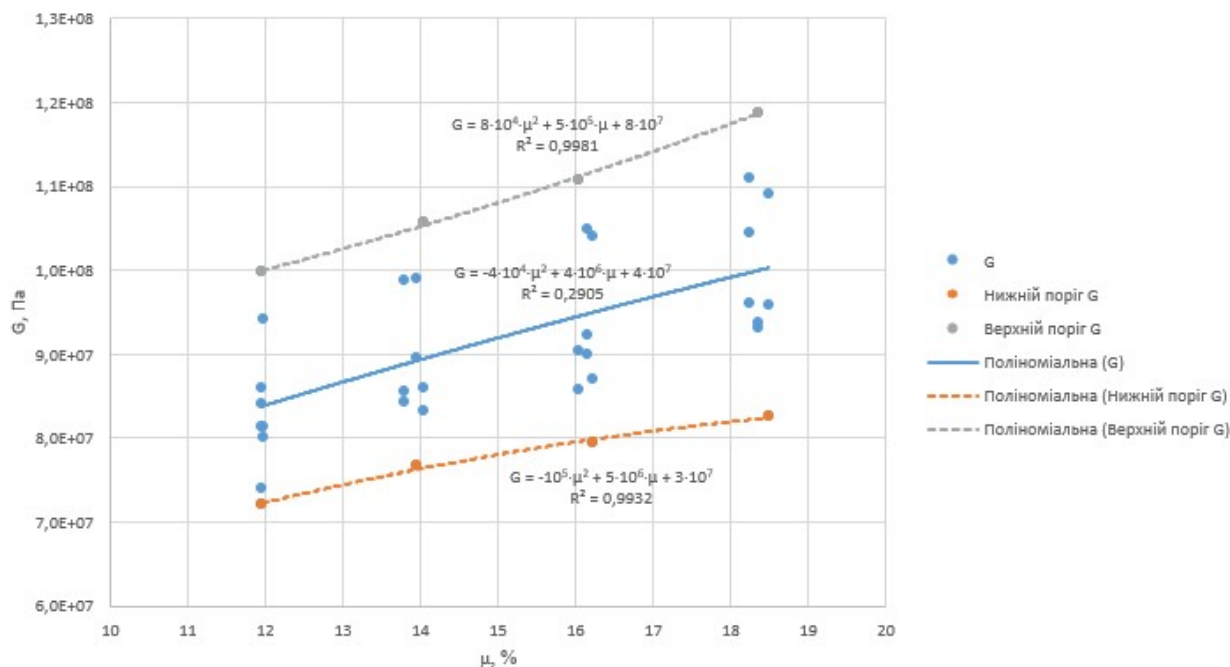


Рисунок 4.2 - Результати симуляції для модулів зсуву при змінних об'ємних вмістах циліндричного наповнювача

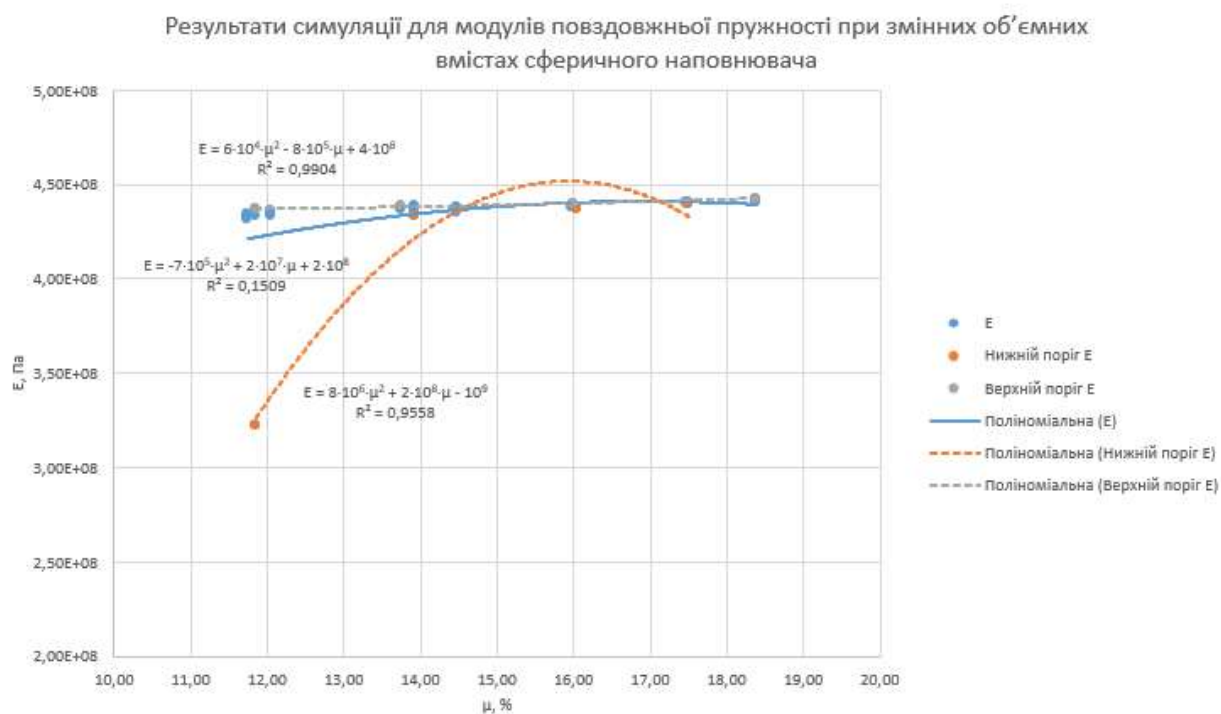


Рисунок 4.3 - Результати симуляції для модулів повздовжньої пружності при змінних об'ємних вмістах сферичного наповнювача

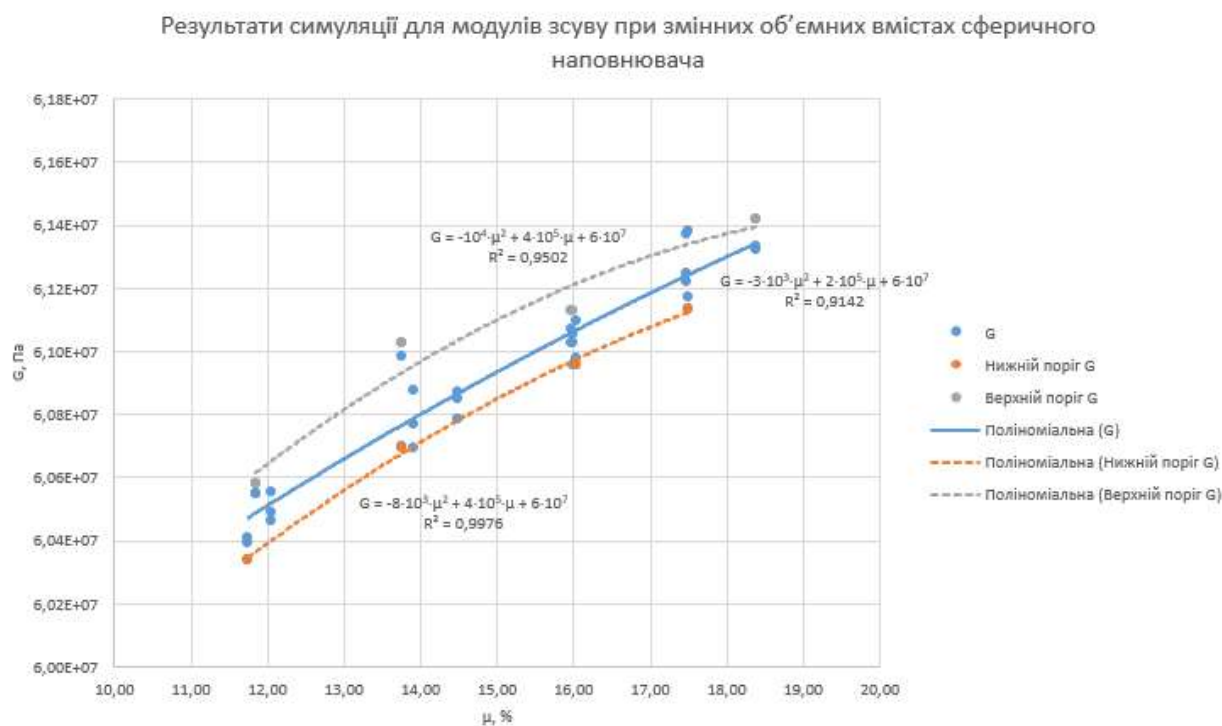


Рисунок 4.4 - Результати симуляції для модулів зсуву при змінних об'ємних вмістах сферичного наповнювача

Висновки за четвертим розділом:

В результаті отримано таблиці, які априксимізували табличні данні за поліномами другого порядку, які виявилися найбільш придатними за відносною квадратичною помилкою і відповідній функції прогнозування є наступними:

$E = -9 \cdot 10^6 \cdot \mu^2 + 4 \cdot 10^8 \cdot \mu - 2 \cdot 10^9$, $R^2 = 0,9976$ – Верхній поріг E, для циліндричного наповнювача;

$E = -4 \cdot 10^6 \cdot \mu^2 + 2 \cdot 10^8 \cdot \mu - 6 \cdot 10^8$, $R^2 = 0,0797$ – Середній поміркований прогноз E, для циліндричного наповнювача;

$E = -2 \cdot 10^6 \cdot \mu^2 + 6 \cdot 10^7 \cdot \mu + 6 \cdot 10^7$, $R^2 = 0,8521$ – Нижній поріг E, для циліндричного наповнювача;

$G = 8 \cdot 10^4 \cdot \mu^2 + 5 \cdot 10^5 \cdot \mu + 8 \cdot 10^7$, $R^2 = 0,9981$ – Верхній поріг G, для циліндричного наповнювача;

$G = -4 \cdot 10^4 \cdot \mu^2 + 4 \cdot 10^6 \cdot \mu + 4 \cdot 10^7$, $R^2 = 0,2905$ – Середній поміркований прогноз G, для циліндричного наповнювача;

$G = -10^5 \cdot \mu^2 + 5 \cdot 10^6 \cdot \mu + 3 \cdot 10^7$, $R^2 = 0,9932$ – Нижній поріг G, для циліндричного наповнювача;

$E = 6 \cdot 10^4 \cdot \mu^2 - 8 \cdot 10^5 \cdot \mu + 4 \cdot 10^8$, $R^2 = 0,9904$ – Верхній поріг E, для сферичного наповнювача;

$E = -7 \cdot 10^5 \cdot \mu^2 + 2 \cdot 10^7 \cdot \mu + 2 \cdot 10^8$, $R^2 = 0,1509$ – Середній поміркований прогноз E, для сферичного наповнювача;

$E = 8 \cdot 10^6 \cdot \mu^2 + 2 \cdot 10^8 \cdot \mu - 10^9$, $R^2 = 0,9558$ – Нижній поріг E, для сферичного наповнювача;

$G = -10^4 \cdot \mu^2 + 4 \cdot 10^5 \cdot \mu + 6 \cdot 10^7$, $R^2 = 0,9502$ – Верхній поріг G, для сферичного наповнювача;

$G = -3 \cdot 10^3 \cdot \mu^2 + 2 \cdot 10^5 \cdot \mu + 6 \cdot 10^7$, $R^2 = 0,9142$ – Середній поміркований прогноз G, для сферичного наповнювача;

$G = -8 \cdot 10^3 \cdot \mu^2 + 4 \cdot 10^5 \cdot \mu + 6 \cdot 10^7$, $R^2 = 0,9976$ – Нижній поріг G, для сферичного наповнювача;

ВИСНОВКИ

В роботі визначено пружні характеристики армуючих включень дрібнодисперсного коксу ливарного кам'яновугільного марки КЛ-1 та вуглецевого волокна марки УТМ-8-1с та матриці політетрафторетилен марки О хаотично армованих композиційних матеріалів. Далі побудовано скінченно елементну модель на основі структурного підходу при моделюванні згори донизу хаотично армованих композиційних матеріалів у об'ємній постановці. Отримані відповідні реакції при симуляції простих деформівних станів розтягання та зсуву на основі симуляційної моделі зі знаходженням модулів повздожньої пружності та зсуву. Виконано прогнозування пружних властивостей хаотично армованих сферичними та циліндричними включеннями композиційних матеріалів методом статистичної обробки чисельного експерименту оцінки стохастичних величин модулів Юнга I-го та II-го роду за допомогою апроксимації.

Вочевидь що зі збільшенням об'ємного вмісту циліндричного наповнювача ширина діапазону пружних властивостей збільшується як для E , так і для G , при чому нижня границя мало змінюється і весь приріст діапазону формується за рахунок стрімкого росту верхньої границі.

Проте зі збільшенням об'ємного вмістусферичного наповнювача ширина діапазону практично не міняється: різкий закид нижнього діапазону для E є підозрілим і потребує додаткового дослідження. Позаяк треба відзначити, що за вилученням окремої "проблемної" точки для E коридор є надвузьким, а для G - майже постійної ширини, і те, що E мало змінюється зі зміною наповнення. Характер зміни усіх 3-х апроксимаційних оцінок є тотожними.

Література

1. Математика и Математическое моделирование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2017. № 01. С. 11–24. DOI: 10.24108/mathm.0117.0000053
2. Композиционные материалы. Справочник / В.В. Васильев, В.Д. Протасов, В.В. Болотин и др.; под общ. ред. В.В. Васильева, Ю.М. Тарнопольского. М.: Машиностроение, 1990. 512 с.
3. Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Математические модели механики и электродинамики сплошной среды. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 512 с.
4. Композиционные материалы: Справочник / В.В. Васильев, В.Д. Протасов, В.В. Болотин и др.; под общ. ред. В.В. Васильева, Ю.М. Тарнопольского. М.: Машиностроение, 1990. 510 с
5. Шермергор Т.Д. Теория упругости микронеоднородных сред. М.: Наука, 1977. 400 с.
6. Комков М.А., Тарасов В.А. Технология намотки композитных конструкций ракет и средств поражения. 2-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. 431 с
7. Физика композиционных материалов / Н.Н. Трофимов, М.З. Канович, Э.М. Карташов и др.; под общ. ред. Н.Н. Трофимова. В 2 т. Т.1. М.: Мир, 2005. 456 с.
8. Кристенсен Р.М. Введение в механику композитов: пер. с англ. М.: Мир, 1982. 334 с. [Christensen R.M. Mechanics of composite materials. N.Y.: Wiley, 1979. 348 p.].
9. Palmero P. Structural ceramic nanocomposites: A review of properties and powders' synthesis methods // Nanomaterials. 2015. Vol. 5. № 2. Pp. 656–696. DOI: 10.3390/nano5020656

10. Casati R., Vedani M. Metal matrix composites reinforced by nanoparticles: A review // *Metals*. 2014. Vol. 4. No. 1. Pp. 65–83. DOI: 10.3390/met4010065
11. Кац Е.А. Фуллерены, углеродные нанотрубки и нанокластеры: Родословная форм и идей. М.: URSS; Изд-во ЛКИ, 2008. 294 с.
12. Эшелби Дж. Континуальная теория дислокаций / пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1963. 248 с.
13. Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н., Савельева И.Ю. Сравнительный анализ оценок модулей упругости композита. Изотропные шаровые включения // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*. 2014. № 5. С. 53–69. DOI: 10.18698/0236-3941-2014-5-53-69
14. Зарубин В.С. Прикладные задачи термopрочности элементов конструкций. М.: Машиностроение, 1985. 296 с.
15. Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н., Савельева И.Ю. Сравнительный анализ оценок модулей упругости композита. Анизотропные шаровые включения // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*. 2014. № 6. С. 20–31. DOI: 10.18698/0236-3941-2014-6-20-31
16. Зарубин В.С., Сергеева Е.С., Шишкина С.И. Оценки упругих свойств матрицы композита, упрочненной углеродными нанотрубками // *Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн*. 2016. № 9. С. 155–170. DOI: 10.7463/0916.0844318
17. Цвелодуб И.Ю. Об обратном тензоре Эшелби // *Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния*. 2010. № 2 (8). С. 530–535.
18. Эшелби Дж. Континуальная теория дислокаций: пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1963. 247 с.
19. Зарубин В.С., Новожилова О.В., Шишкина С.И. Оценки упругих характеристик композита с короткими изотропными волокнами // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*. 2017. № 1. С. 4–14. DOI: 10.18698/1812-3368-2017-1-4-14

20. Справочник по композиционным материалам / под ред. Дж. Любина; пер. с англ. В 2-х т. Т. 2. М.: Машиностроение, 1988. 584 с.
21. Комков М.А., Тарасов В.А. Технология намотки композитных конструкций ракет и средств поражения. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. 432 с
22. Калинин В.А., Ягодников Д.А. Технология производства ракетных двигателей твердого топлива. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. 688 с.
23. Шермергор Т.Д. Теория упругости микронеоднородных сред. М.: Наука, 1977. 400 с.
24. Механика композиционных материалов / под ред. Дж. Сендечки; пер. с англ. М.: Мир, 1978. 564 с
25. Кристенсен Р. Введение в механику композитов / пер. с англ. М.: Мир, 1982. 336 с.
26. Ванин Г.А. Микромеханика композиционных материалов. Киев: Наукова думка, 1985. 302 с.
27. Хорошун Л.П. Математические модели и методы механики стохастических композитных материалов // Прикладная механика. 2000. Т. 36. № 10. С. 30–62.
28. Кормилицын О.П. Механика материалов и структур нано- и микротехники. М.: Академия, 2008. 224 с.
29. Hill R. A self-consistent mechanics of composite materials // J. Mech. Phys. Solids. 1965. Vol. 13. No. 4. P. 213–222
30. Цвелодуб И.Ю. Об обратном тензоре Эшелби // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния. 2010. № 2 (8). С. 530–535.
31. Композиционные материалы. Справочник / под ред. Д.М. Карпиноса. Киев: Наукова думка, 1985. 592 с.
32. Головин Н.Н., Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Смесевые модели механики композитов. Ч. 1. Термомеханика и термоупругость

многокомпонентной смеси // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2009. № 3. С. 36–49.

33. Францевич И.Н., Воронов Ф.Ф., Бакута С.А. Упругие постоянные и модули упругости металлов и неметаллов. Справочник. Киев: Наукова думка, 1982. 287 с.

34. Прогнозування пружних властивостей хаотично армованих сферичними включеннями композиційних матеріалів / Пономаренко А. Д., Жигилій Д. О. // тези доповіді Сучасні технології у промисловому виробництві: матеріали та програма ІХ Всеукраїнської науково-технічної конференції (м. Суми, 19–22 квітня 2022 р.) / редкол.: О. Г. Гусак, І. В. Павленко. – Суми: Сумський державний університет, 2022. – С. 97