



ТРЕНУВАЛЬНЕ ТЕСТУВАННЯ

Тестові завдання складені за програмою зовнішнього незалежного оцінювання у 2021 році та відповідно до технічних характеристик тесту з математики Українського центру оцінювання якості освіти.

Укладач Ю. А. Кравченко

СЕРТИФІКАЦІЙНА РОБОТА З МАТЕМАТИКИ

Зошит

5

Час виконання – 180 хвилин

Робота складається з 32 завдань різних форм. Відповіді на завдання 1–29 Ви повинні позначити в бланку А. Розв'язання завдань 30–32 Ви повинні записати в бланку Б. Результат виконання всіх завдань буде використано під час прийому до закладів вищої освіти.

Результати виконання завдань 1–26 буде зараховано як результат державної підсумкової атестації за освітній рівень повної загальної середньої для учнів (слухачів, студентів) закладів освіти, які 2022 року завершують здобуття повної середньої освіти, та вивчали математику на рівні стандарту.

Результати виконання всіх завдань буде зараховано як результат державної підсумкової атестації для випускників, які вивчали математику на профільному рівні.

Інструкція щодо роботи в зошиті

1. Правила виконання завдань зазначені перед кожною новою формою завдань.
2. Рисунки до завдань виконано схематично, без чіткого додержання пропорцій.
3. Відповідайте лише після того, як Ви уважно прочитали та зрозуміли завдання. Використовуйте як чернетку вільні від тексту місця в зошиті.
4. Намагайтеся виконати всі завдання.
5. Ви можете скористатися довідковими матеріалами, наведеними на сторінках 2, 23, 24. Для зручності Ви можете їх відокремити, відірвавши.

Інструкція щодо заповнення бланків відповідей А та Б

1. У бланк А записуйте чітко (згідно з вимогами інструкції до кожної форми завдань) лише правильні, на Вашу думку, відповіді.
2. Неправильно позначені, підчищені відповіді в бланку А буде зараховано як помилкові.
3. Якщо Ви позначили відповідь до якогось із завдань 1–20 у бланку А неправильно, то можете виправити її, замалювавши попередню позначку та поставивши нову, як показано на зразках :

А	Б	В	Г
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

А	Б	В	Г	Д
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Якщо Ви записали відповідь до якогось із завдань 21–29 неправильно, то можете виправити її, записавши новий варіант відповіді в спеціально відведених місцях бланка А.
5. Виконавши завдання 30, 31 та 32 в зошиті, акуратно запишіть їх розв'язання в бланк Б.
6. Ваш результат залежатиме від загальної кількості правильних відповідей, записаних у бланку А, та правильного розв'язання завдань 30–32 в бланку Б.

Ознайомившись з інструкціями, перевірте якість друку зошита та кількість сторінок. Їх повинно бути 24.

Позначте номер Вашого зошита у відповідному місці бланка А так:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Зичимо Вам успіху!

ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ

Таблиця квадратів від 10 до 49

Десятки	Одиниці									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Формули скороченого множення

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Модуль числа

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо } a \geq 0 \\ -a, & \text{якщо } a < 0 \end{cases}$$

Квадратне рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac \text{ — дискримінант}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \quad \text{якщо } D > 0$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}, \quad \text{якщо } D = 0$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Степені

$$a^1 = a, \quad a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ разів}} \text{ для } a \in R, n \in N, n \geq 2$$

$$a^0 = 1, \text{ де } a \neq 0 \quad \sqrt{a^2} = |a|$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ для } a \neq 0, n \in N$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad a > 0, m \in Z, n \in N, n \geq 2$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

$$(ab)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

Логарифми

$$a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1, c > 0, k \neq 0$$

$$a^{\log_a b} = b \quad \log_a a = 1 \quad \log_a 1 = 0$$

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^n = n \log_a b$$

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

Арифметична прогресія

$$a_n = a_1 + d(n-1) \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Геометрична прогресія

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \quad S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad (q \neq 1)$$

Теорія ймовірностей

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

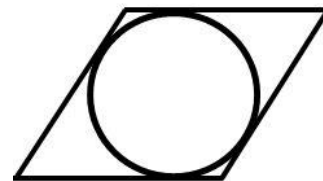
Комбінаторика

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

6. Сторона ромба дорівнює 24 см, а його гострий кут становить 30° . Знайти радіус кола, вписаного в ромб.

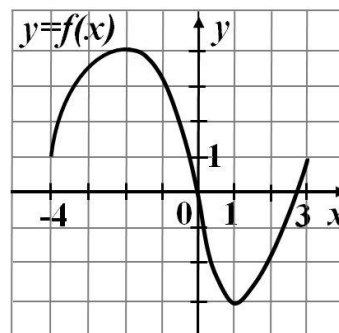


А	Б	В	Г	Д
3 см	12 см	6 см	8 см	5 см

7. Обчисліть значення виразу $\left(16 \cdot 4^{-2} + 4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right) : \frac{5}{4}$

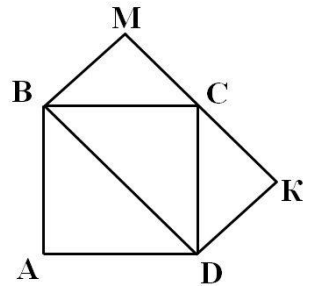
А	Б	В	Г	Д
331,25	24	90	8	$\frac{1}{2}$

8. Функція $y = f(x)$ визначена на всій числовій прямій і є періодичною з найменшим додатним періодом 7. На рисунку 3 зображено графік цієї функції на відрізку $[-4; 3]$. Обчисліть $f(5)$.



А	Б	В	Г	Д
0	1	4	-2	-3

12. Площа квадрата $ABCD$, зображеного на рисунку, дорівнює 12 см^2 . Чому дорівнює площа прямокутника $BMKD$?



А	Б	В	Г	Д
16 см^2	12 см^2	18 см^2	24 см^2	$12\sqrt{2} \text{ см}^2$

Grid for working out the answer to question 12.

13. Яка з наведених функцій є первісною функції $f(x) = \cos x - x^2$?

А	Б	В	Г	Д
$-\sin x - \frac{x^3}{3}$	$-\sin x - 2x + C$	$\sin x - 3x^3$	$-\cos x - \frac{x^3}{3} + C$	$\sin x - \frac{x^3}{3} + C$

Grid for working out the answer to question 13.

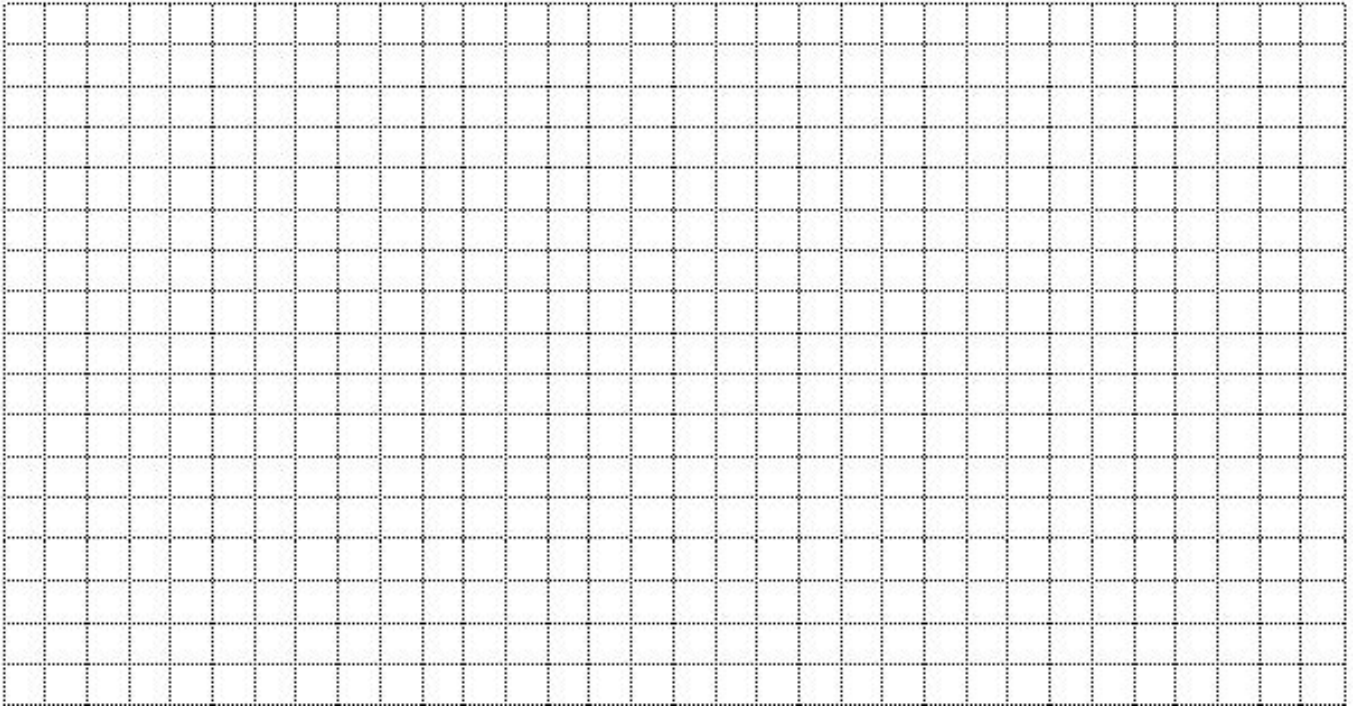
14. Укажіть проміжок, до якого належить корінь рівняння $\log_3 \frac{2}{x-1} = 1$

А	Б	В	Г	Д
$[-5; -4)$	$[-4; 0)$	$\left[0; \frac{3}{4}\right)$	$\left[\frac{3}{4}; 5\right)$	$[5; +\infty)$

Grid for working out the answer to question 14.

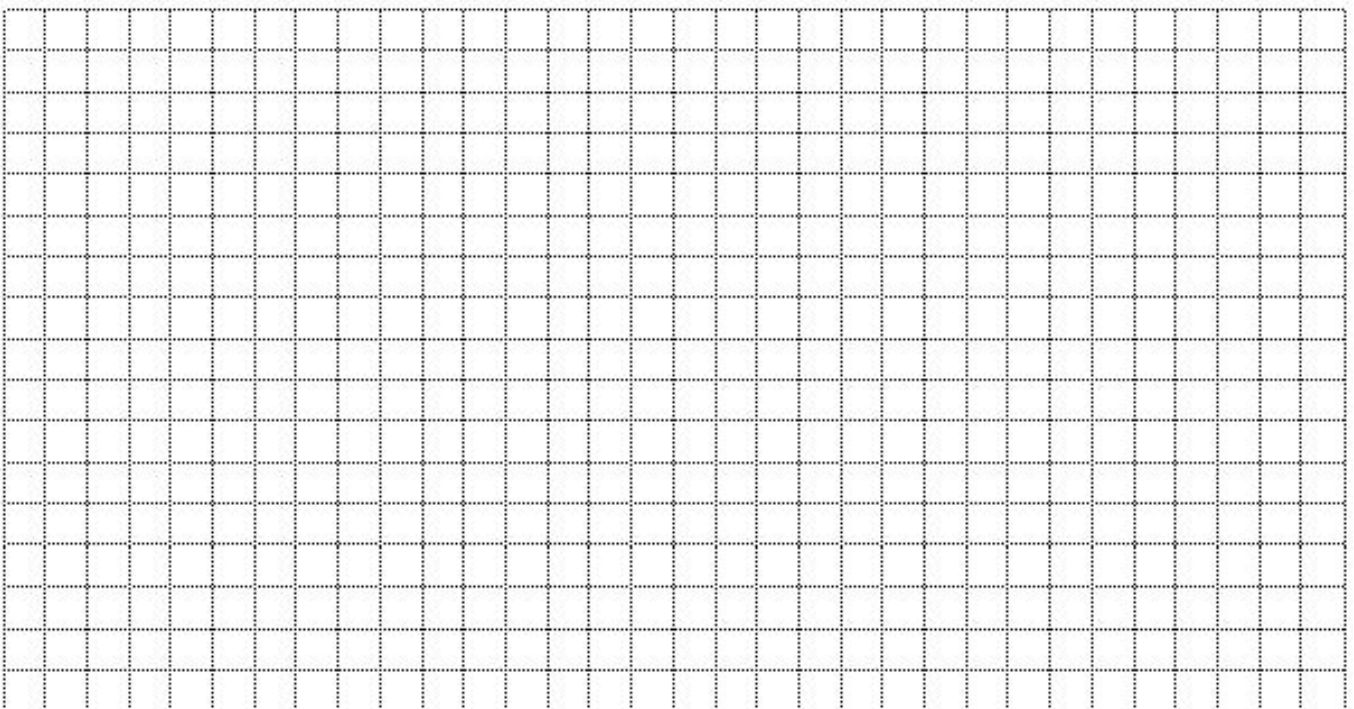
15. Знайти довжину бічної сторони рівнобічної трапеції, описаної навколо кола, якщо гострий кут при її основі рівний $\frac{\pi}{6}$, а площа трапеції становить 288 см^2 .

А	Б	В	Г	Д
12 см	24 см	72 см	16 см	48 см



16. Плоский кут при вершині правильної трикутної піраміди дорівнює 90° . Площа її бічної поверхні становить 3 см^2 . Знайти радіус кола, описаного навколо бічної грані піраміди.

А	Б	В	Г	Д
1 см	2 см	4 см	1,5 см	3 см



У завданнях 17–20 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. Поставте позначки в таблицях відповідей до завдань у бланку А на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви). Усі інші види вашого запису в бланку А комп'ютерна програма реєструватиме як помилки!

**Будьте особливо уважні під час заповнення бланку А!
Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису
відповідей**

17. Установіть відповідність між функцією (1–3) та властивістю (А–Д) її графіка.

Функція:

1 $y = -3^x$

2 $y = 3\sin x$

3 $y = \log_3 x$

Властивість графіка функції:

А симетричний відносно вісі y ;

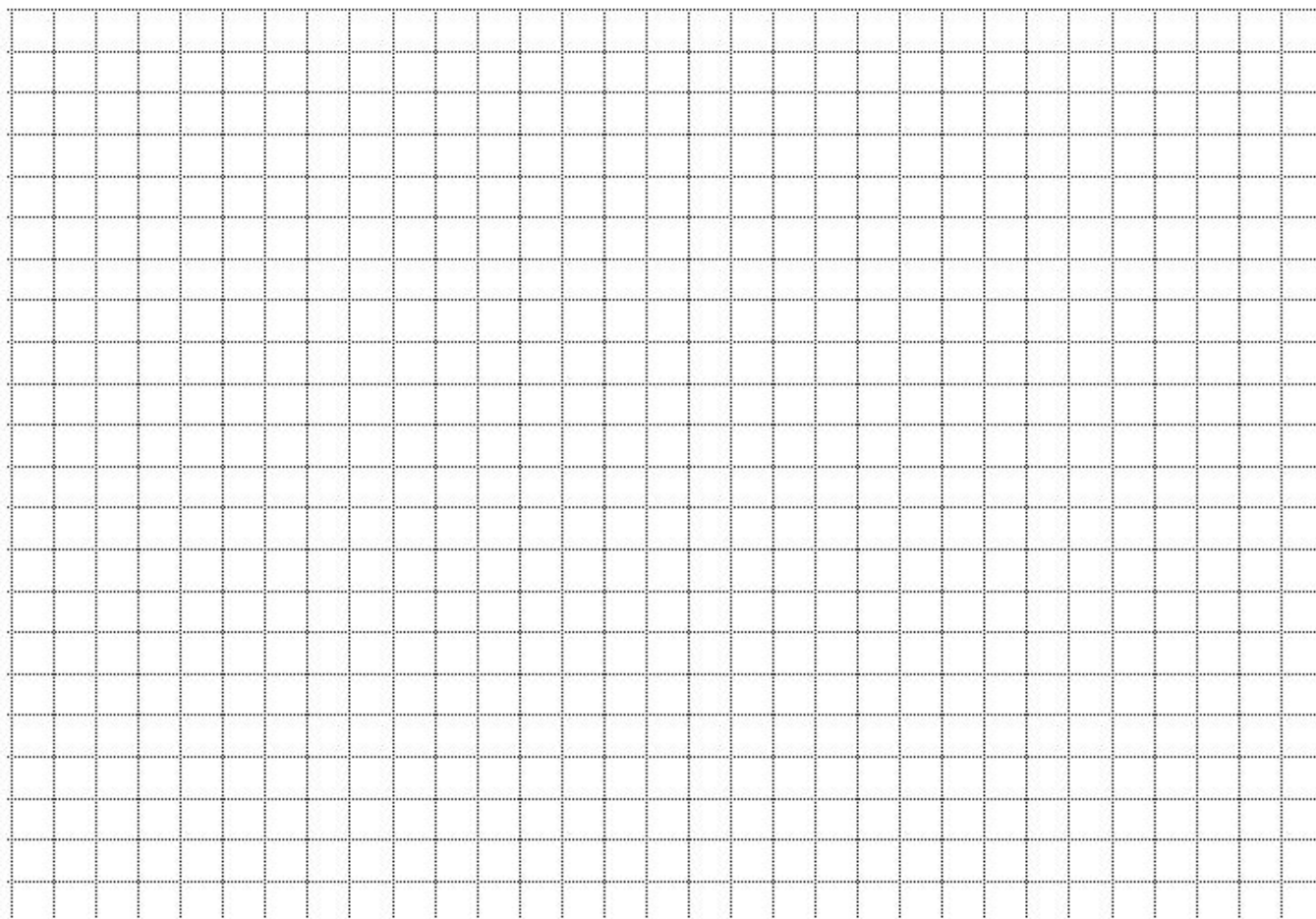
Б проходить через $m(0;1)$;

В симетричний відносно початку координат;

Г не перетинає вісь x ;

Д не має спільних точок із графіком рівняння $(x+1)^2 + y^2 = 1$.

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					



18. Установіть відповідність між виразом (1–3) і його значенням (А–Д), якщо $1 < a < 5$.

Вираз:

Значення виразу:

1 $\frac{a}{5} - \frac{a-10}{5}$

А 5

2 $a^{\log_5 1}$

Б -2

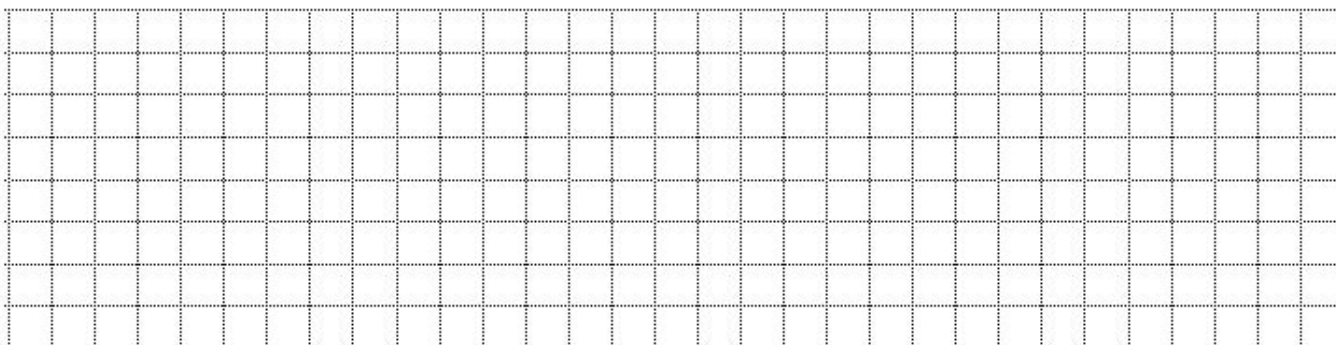
3 $(5-a)\sqrt{\frac{25}{(a-5)^2}}$

В -5

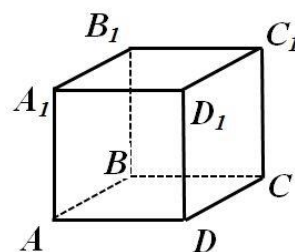
Г 1

Д 2

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					



19. На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Установіть відповідність між заданими кутами (1–3) та їх градусними мірами (А–Д):



Кут між прямими:

Градусна міра кута:

1 AA_1 і DC_1

А 90° ;

2 BD і A_1C_1

Б 60° ;

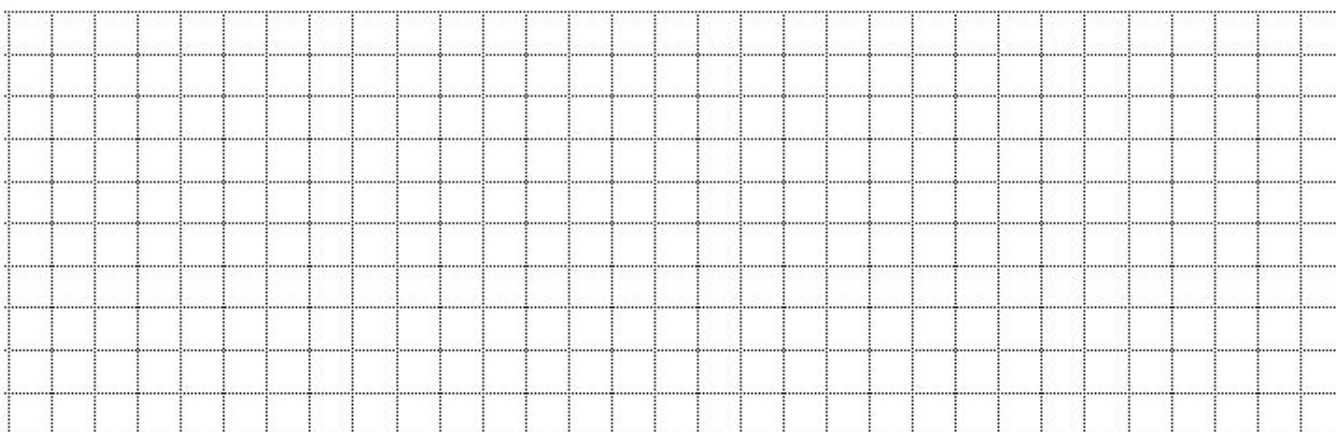
3 AB_1 і A_1D

В 0° ;

Г 45° ;

Д 30° .

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

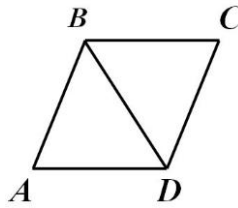


20. Установіть відповідність між фігурами (1–3) та їх площами (А–Д)

Початок речення:

Площа чотирикутника:

1 $ABCD$ – ромб, $AB=BD=6$ см



А $8\sqrt{3}$ см²;

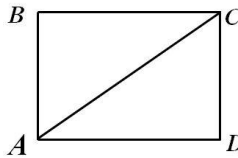
Б $18\sqrt{3}$ см²;

В $4\sqrt{3}$ см²;

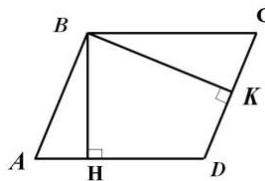
Г $36\sqrt{3}$ см²;

Д $24\sqrt{3}$ см².

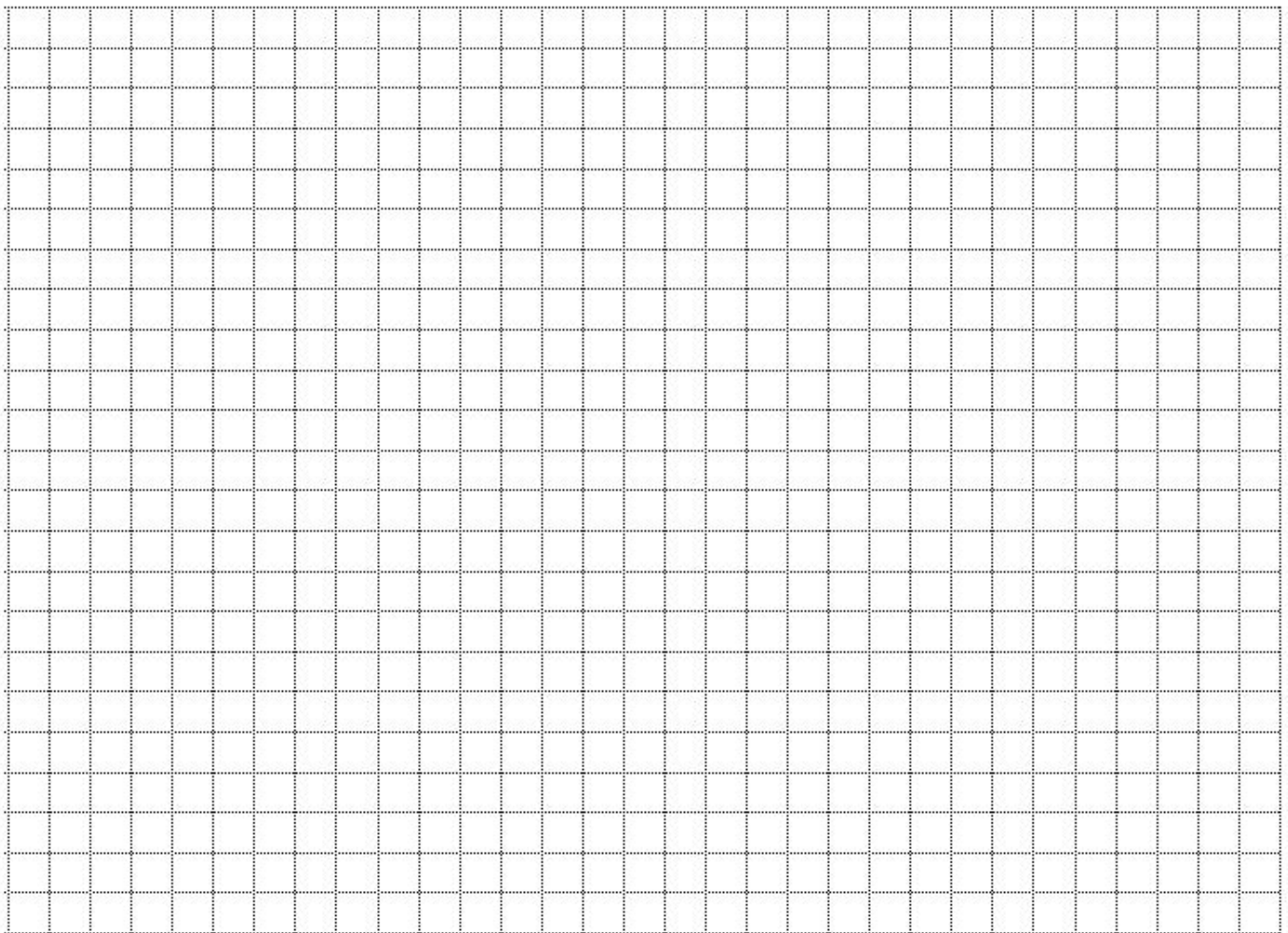
2 $ABCD$ – прямокутник,
 $AB=6$ см, $\angle BAC = 60^\circ$



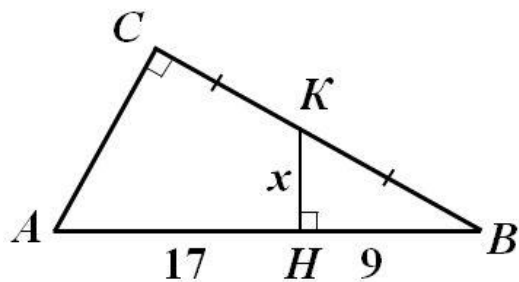
3 $ABCD$ – паралелограм, $BK=2$ см,
 $BH=3$ см, $\angle HBK = 60^\circ$



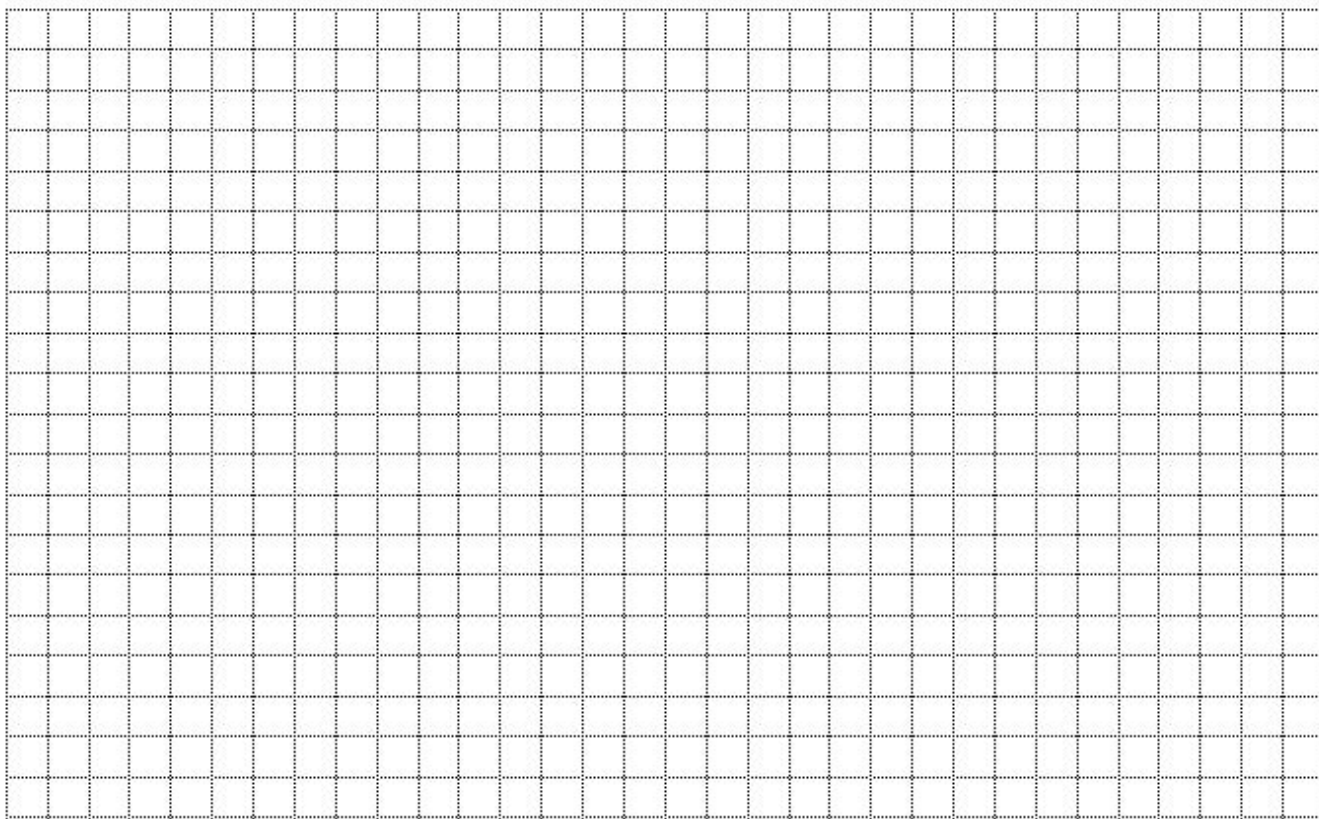
	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					



22. У прямокутному трикутнику ACB , зображеному на рисунку, відрізок KH перпендикулярний до гіпотенузи AB . $CK=KB$, $AH=17$ см, $HB=9$ см.

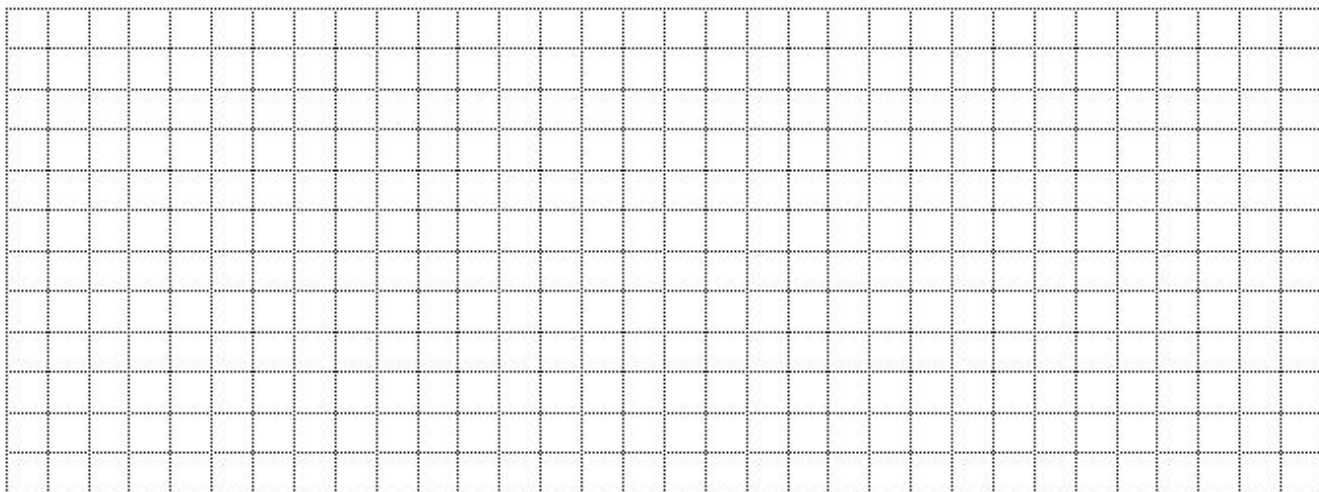


1. Визначте довжину відрізка HK (у см).



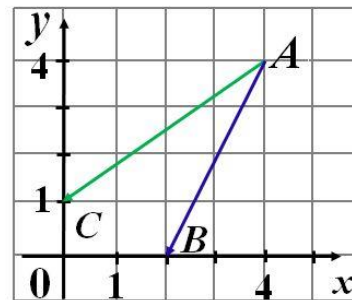
Відповідь:

2. Обчисліть площу трикутника KHB (у см^2).

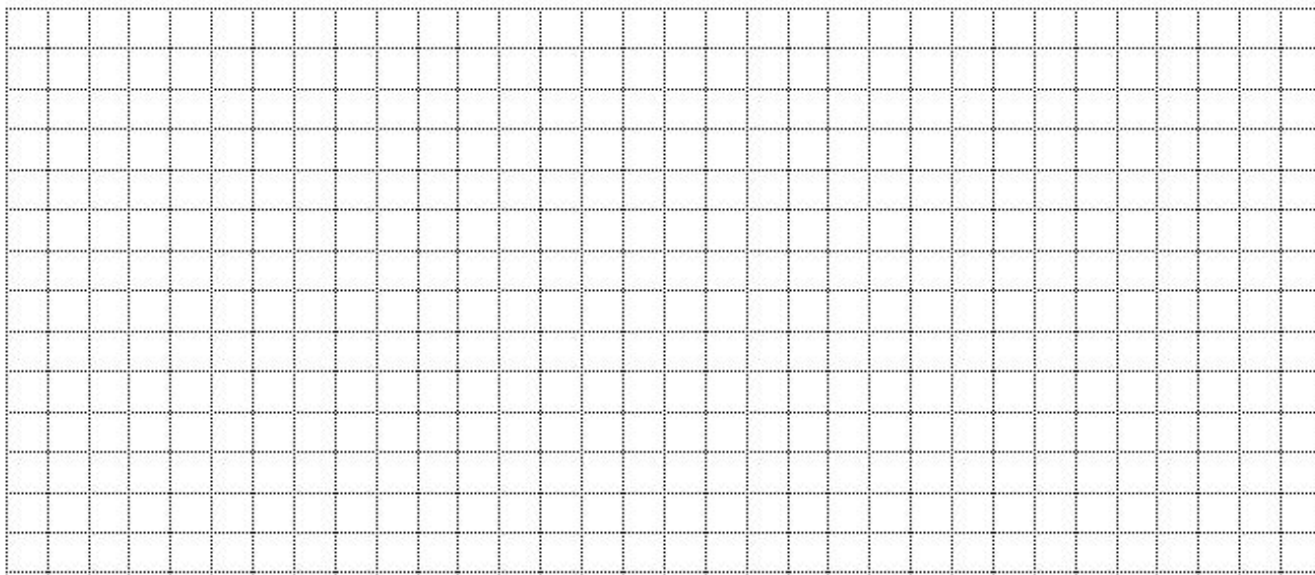


Відповідь:

23. На рисунку зображено два вектори \vec{AB} і \vec{AC} .

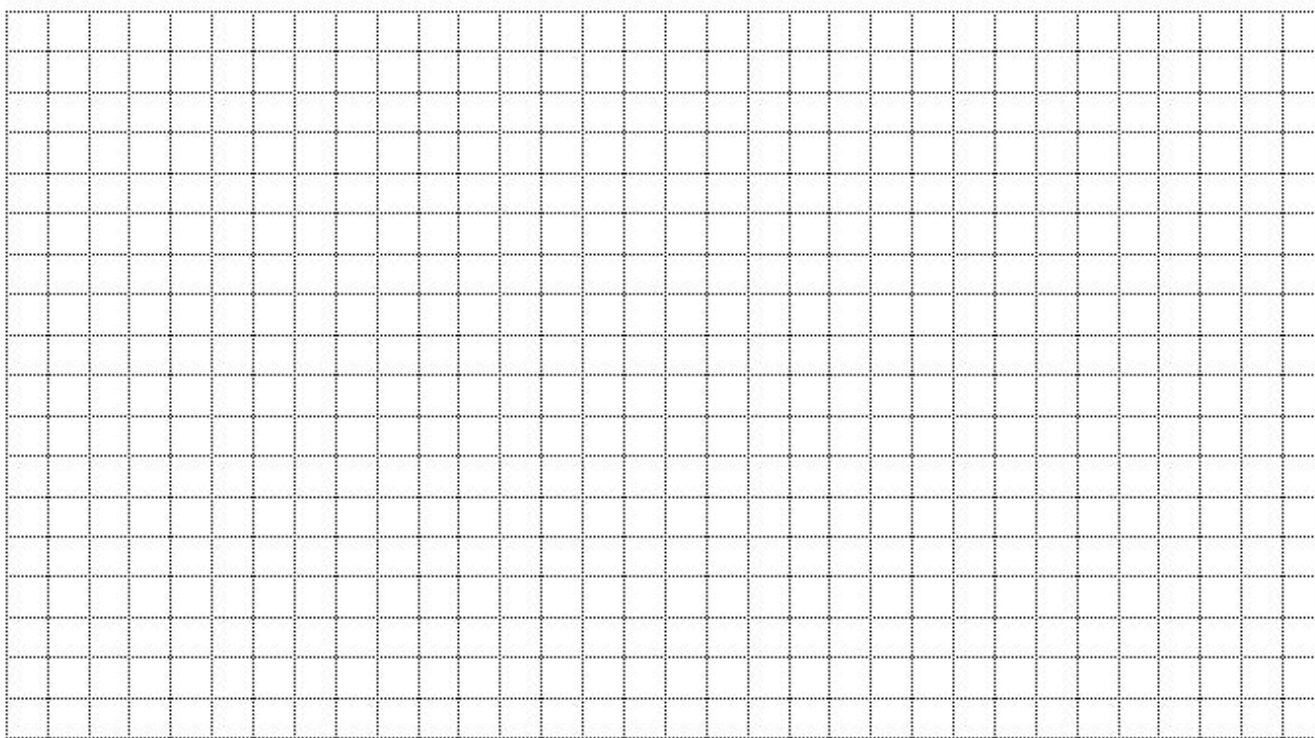


1. Знайти довжину вектора \vec{AC} .



Відповідь: ,

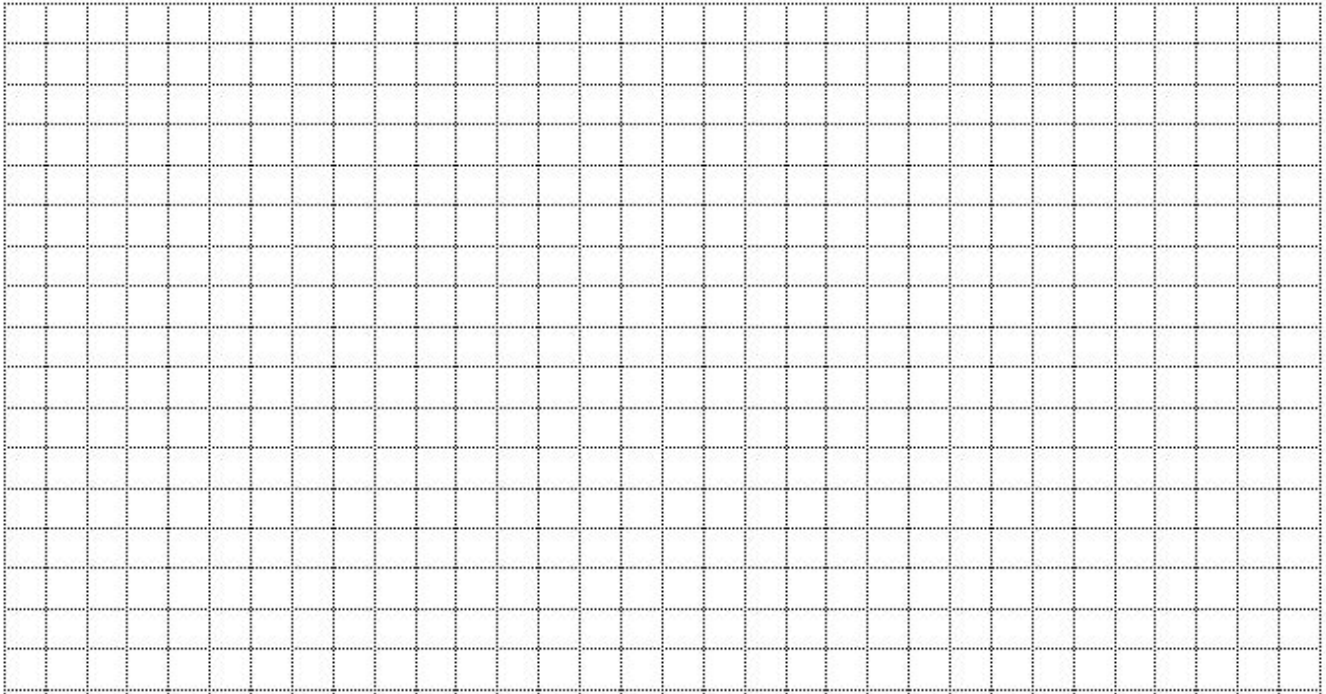
2. Обчисліть скалярний добуток векторів \vec{AB} і \vec{AC} .



Відповідь: ,

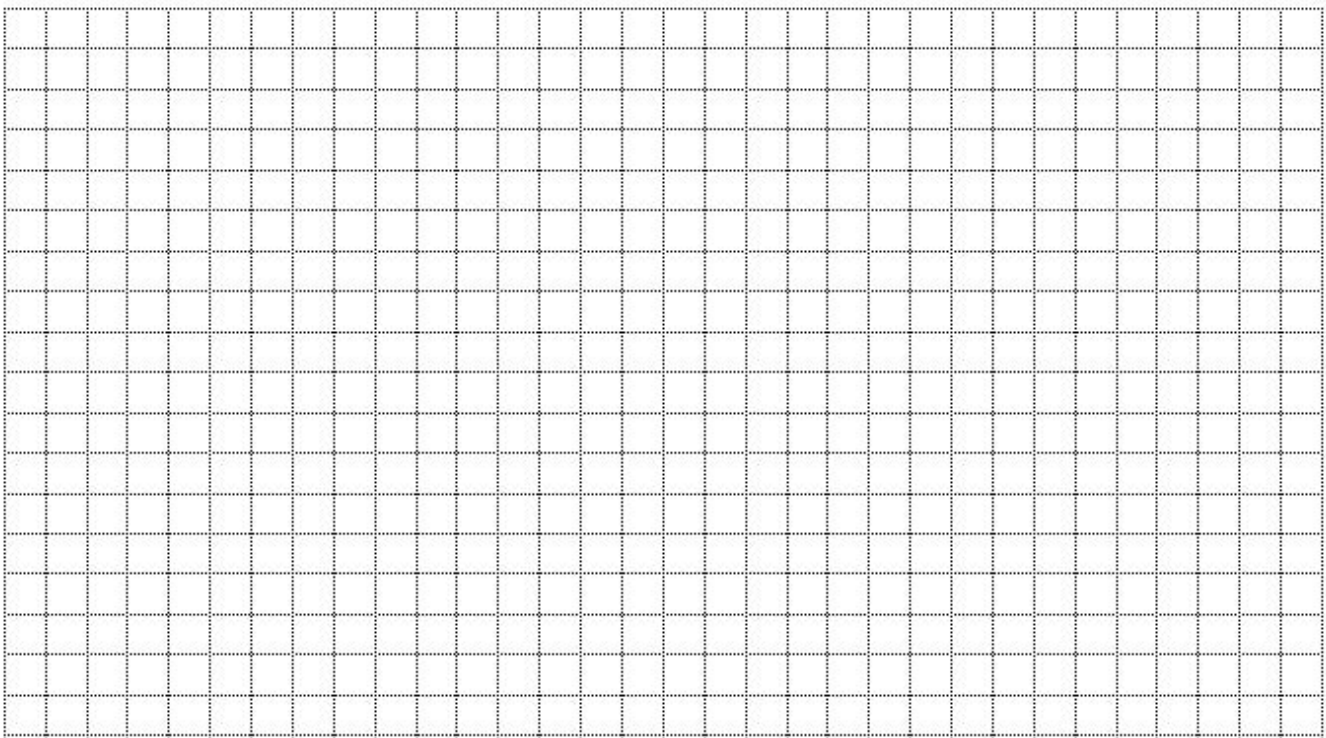
24. За першу годину в басейн було подано 10 м^3 води. Кожну наступну годину в басейн подають на 5 м^3 води більше, ніж за попередню. Об'єм басейну дорівнює 675 м^3 .

1. Який об'єм води буде подано в басейн за п'яту годину наповнення?



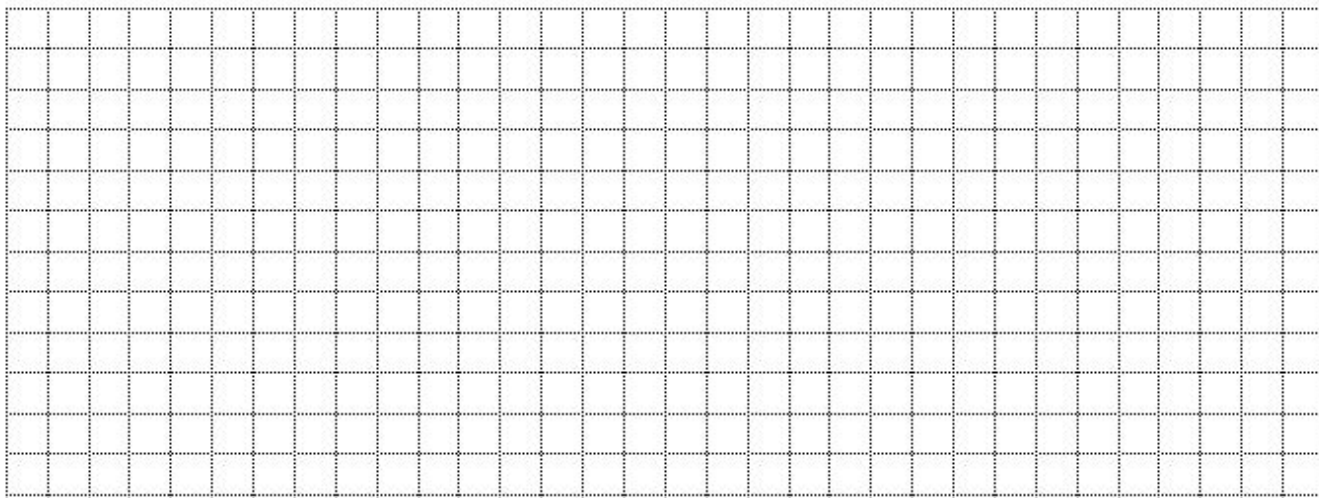
Відповідь: ,

2. За який час (у годинах) басейн буде заповнений водою?



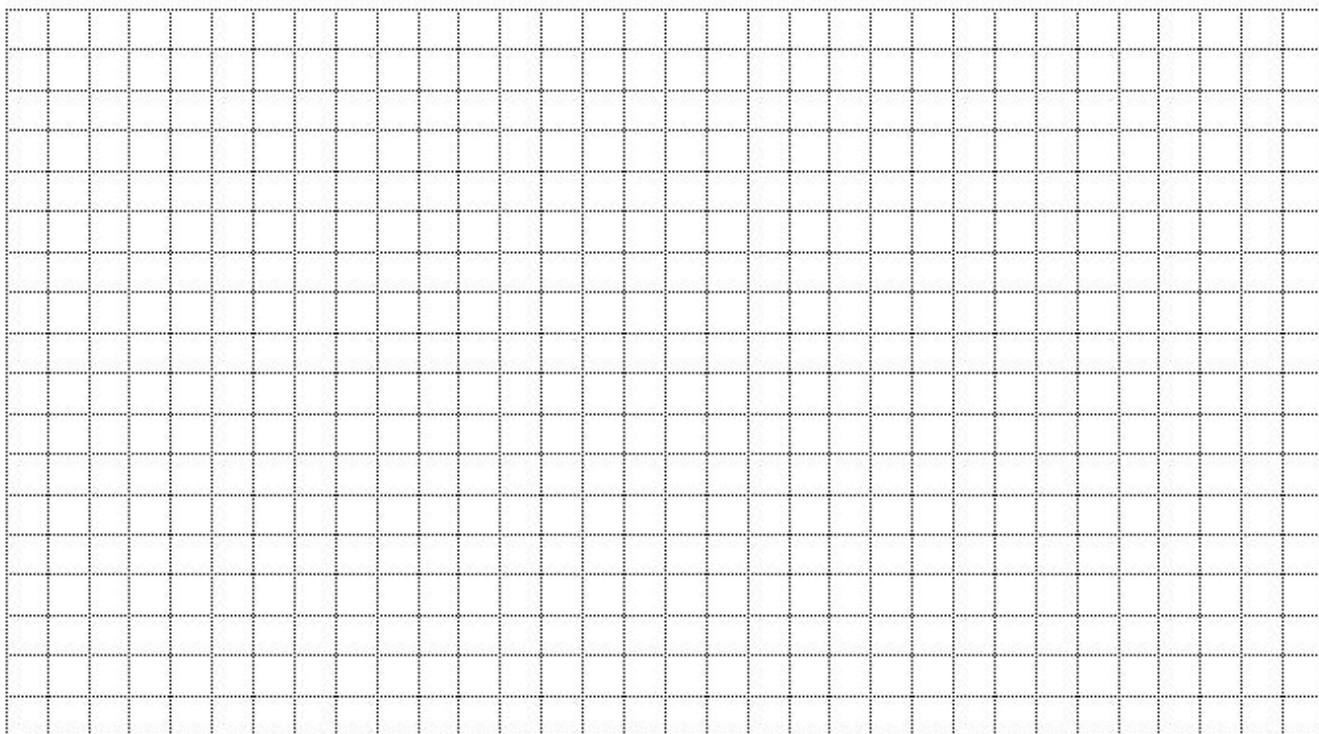
Відповідь: ,

- 25.** В Альони є 7 різних фотографій із її зображенням та 6 різних фотографій її класу. Скільки всього в неї є способів вибрати 3 фотографії зі своїм зображенням для персональної сторінки в соціальній мережі та 2 фотографії свого класу для сайту школи?



Відповідь: ,

- 26.** В одному мішку було в 5 разів більше борошна , ніж у другому. Коли з першого мішка пересипали 12 кг борошна в другий мішок, то маса борошна в другому мішку становила $\frac{5}{7}$ маси борошна в першому мішку. Скільки кілограмів борошна було в першому мішку спочатку?



Відповідь: ,

27. Розв'яжіть рівняння $\left| \frac{x+1}{x-1} \right| = 1$. У відповідь запишіть корінь рівняння (якщо їх декілька, то у відповідь запишіть їх суму).

Відповідь: ,

28. Знайти найбільше ціле значення змінної x , що задовольняє нерівність $\log_{\frac{1}{7}}(3-x) > -1$.

Відповідь: ,

29. На контрольній роботі з математики задачу на 3 тестові бали Тарас розв'яже з імовірністю 0,6. Цю ж саму задачу Назар розв'яже з імовірністю 0,7. Знайти ймовірність того, що Тарас на контрольній роботі розв'язав задачу, а Назар ні.

Відповідь: ,

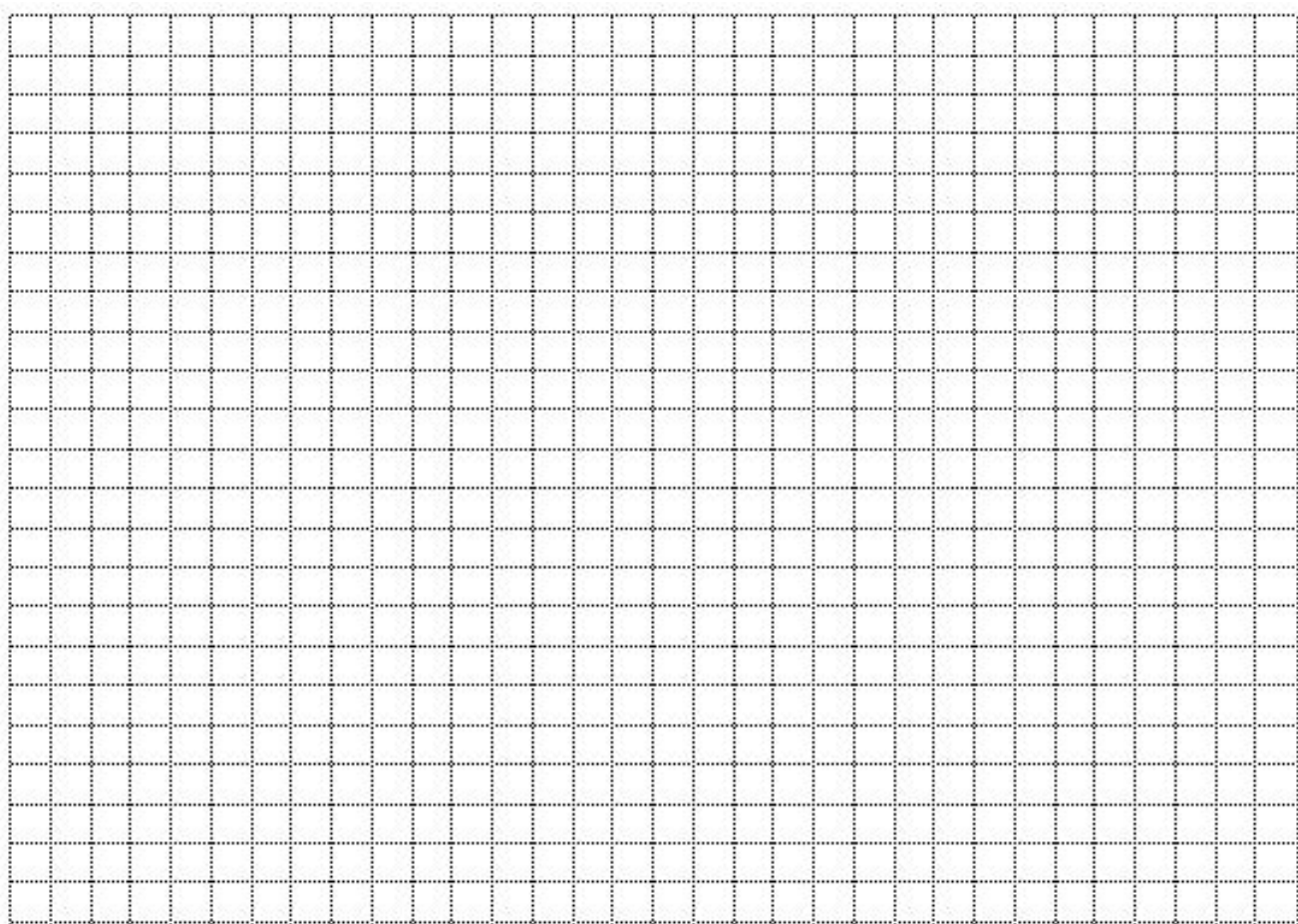
Розв'яжіть завдання 30–32. Запишіть у *бланку Б* послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язування завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками тощо.

30. Задано функцію $y = 9x - x^3$.

1. Для наведених у таблиці значень x та y визначте відповідні їм значення y та x . Результати запишіть у таблицю.

x	y
1	
-2	
	0
	0
	0

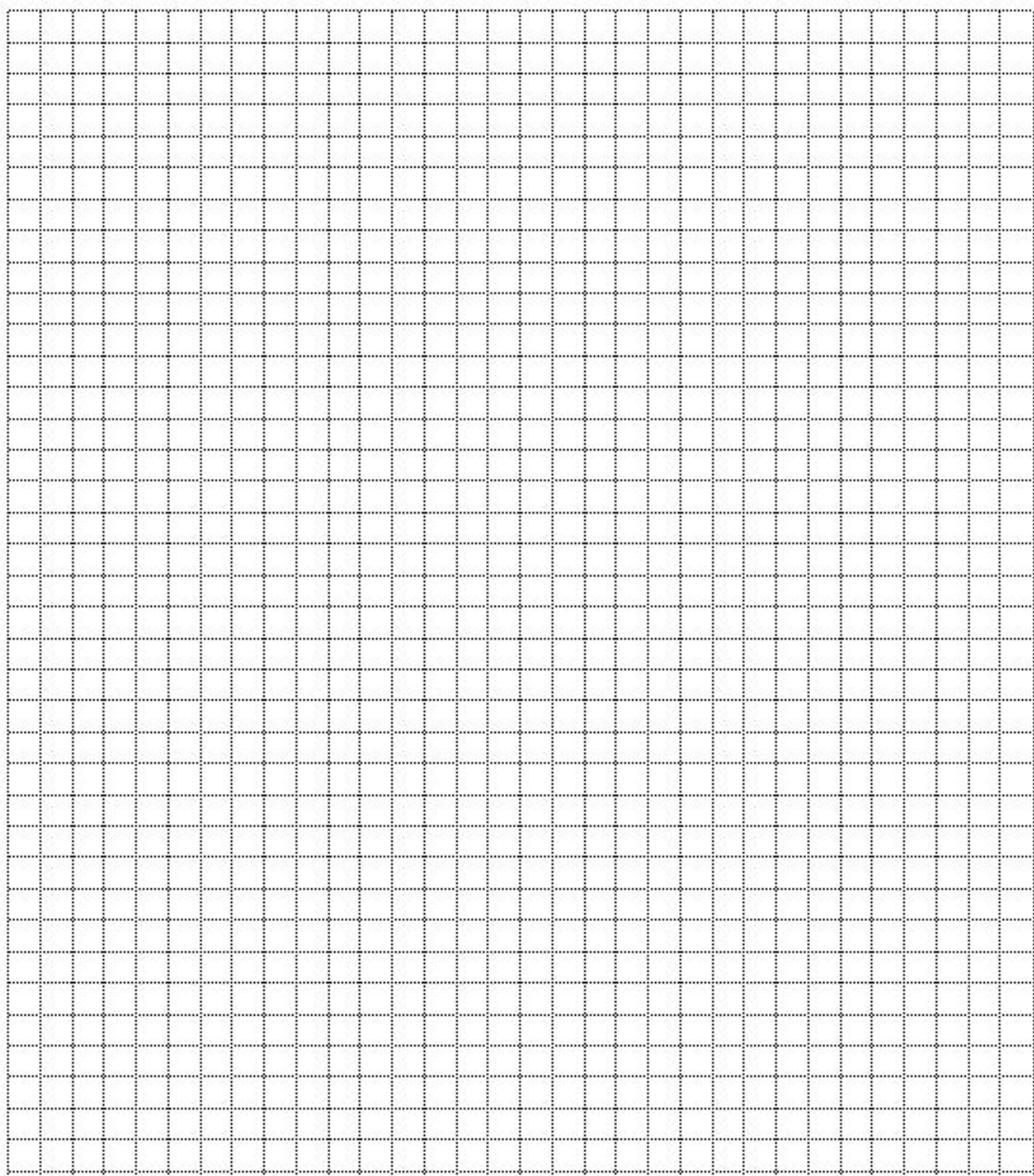
2. Знайдіть проміжки знакосталості функції $y = 9x - x^3$.
3. Знайдіть похідну f' функції $f(x) = 9x - x^3$.
4. Визначте нулі функції f' .
5. Визначте проміжки зростання та спадання, точки екстремуму й екстремуми функції f .
6. Побудуйте ескіз графіка функції f .

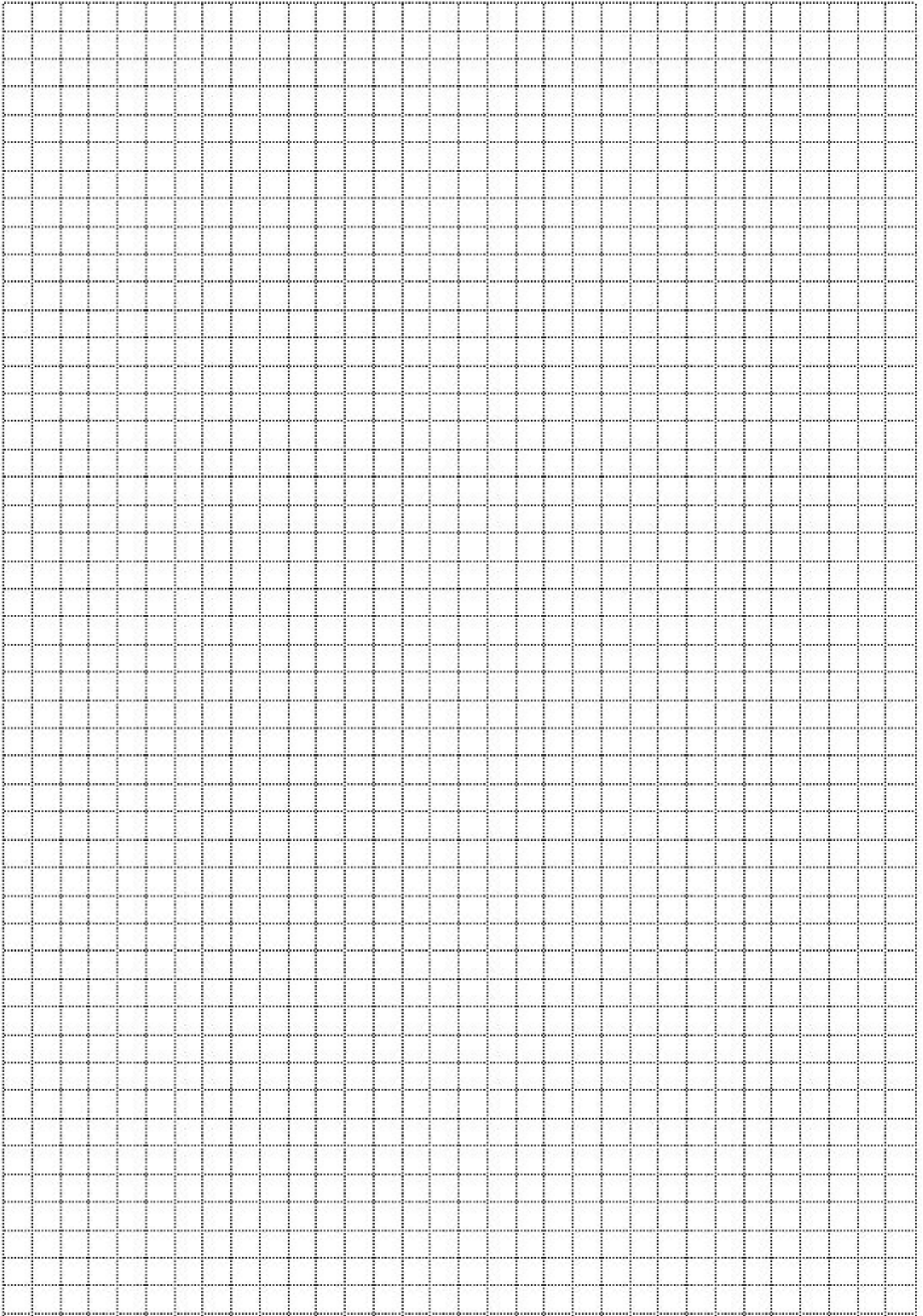


Відповідь:

31. У правильній трикутній піраміді $SABC$ з основою ABC відомі ребра: $AB = 21\sqrt{3}$, $SC = 29$. Через середини ребер AS і BC проходить пряма.

1. Зобразіть на рисунку правильну трикутну піраміду $SABC$ і переріз її площиною, що проходить через ребро AS перпендикулярно до BC . Обґрунтуйте його побудову.
2. Визначте довжину висоти піраміди.
3. Знайдіть площу побудованого перерізу піраміди.
4. Зобразіть на рисунку кут γ , утворений площиною основи та прямою, що проходить через середини ребер AS і BC . Визначте кут γ .



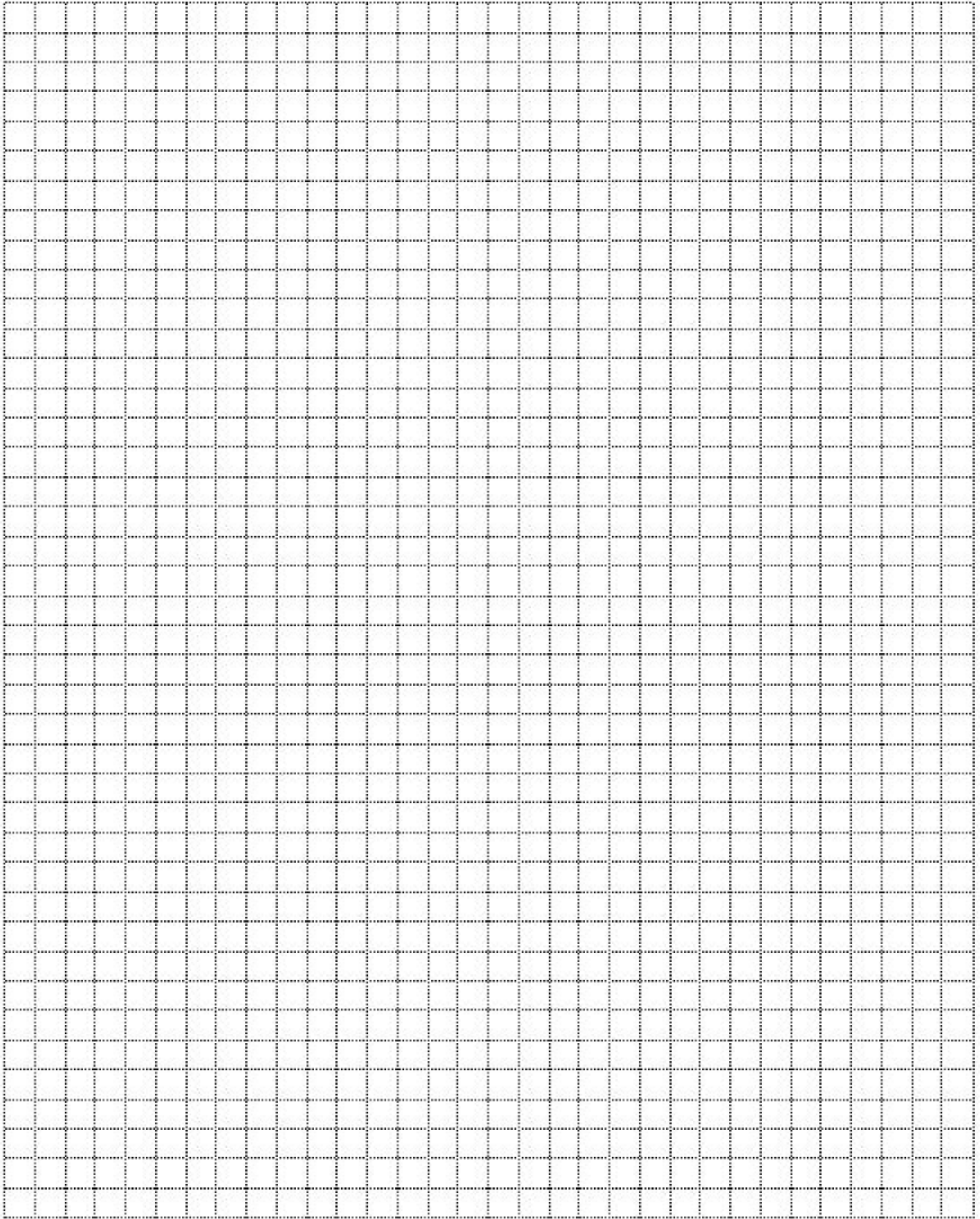


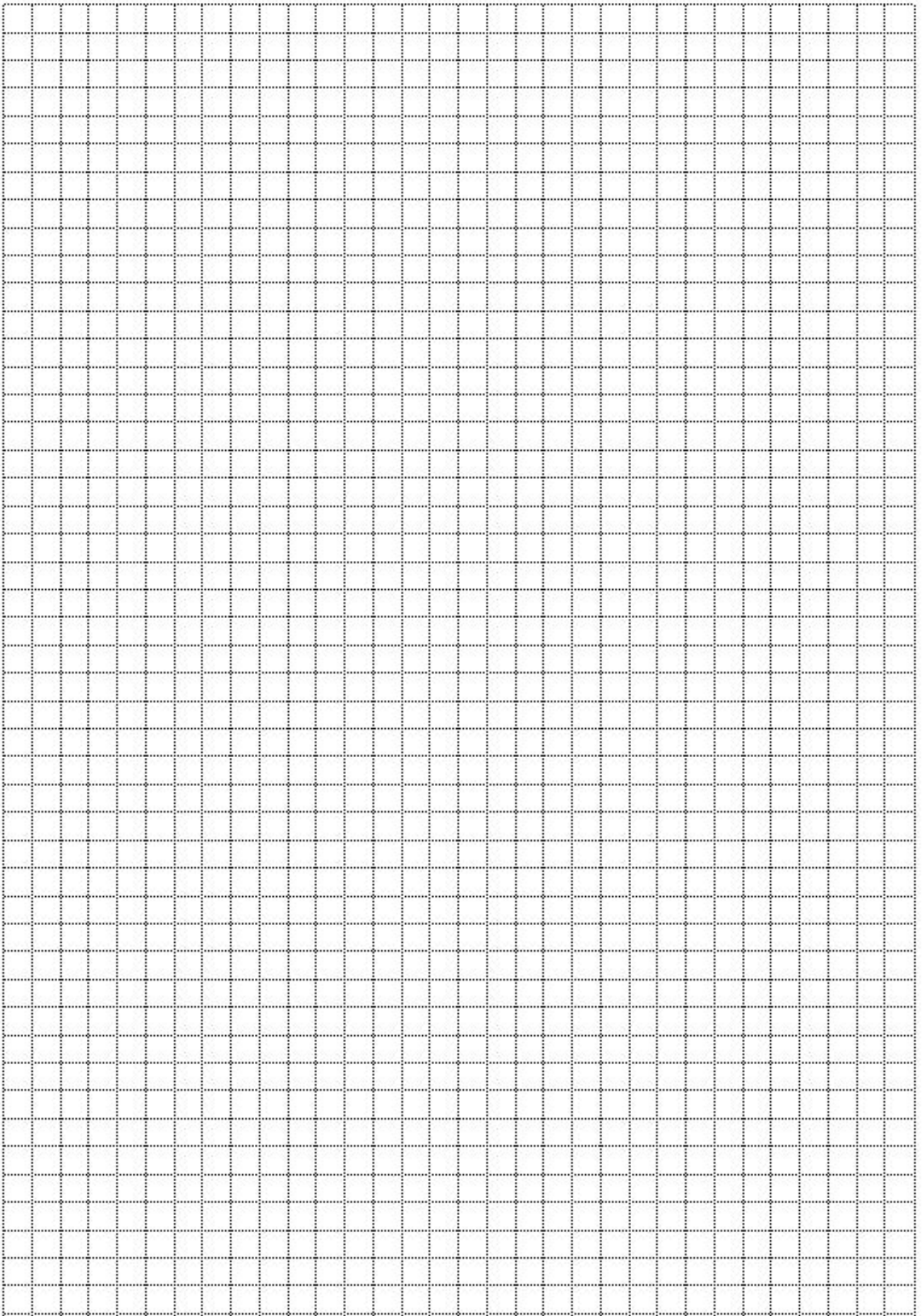
Відповідь:

32. Задано систему
$$\begin{cases} \log_3(9^x + 9a^3) = y \\ y = \log_3\left(\sqrt{(-13)^2 - 10}\right)^x, \end{cases}$$
 де x, y – змінні, a – довільна стала.

1. Розв'яжіть систему, якщо $a = 0$

2. Визначте всі розв'язки заданої системи залежно від значень параметра a .





Відповідь:

Похідна функції

C, α – стали

$$(C)' = 0$$

$$x' = 1$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + v'u$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(tg x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(u-v)' = u' - v'$$

$$(Cu)' = Cu'$$

Первісна функції та визначений інтеграл

Функція $f(x)$	Загальний вигляд первісних $F(x) + C$ C – довільна стала
0	C
1	$x + C$
$x^\alpha, \alpha \neq -1$	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$
e^x	$e^x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$tg x + C$

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) \text{ – формула Ньютона – Лейбніца}$$

Тригонометрія

$\sin \alpha = y_\alpha$ $\cos \alpha = x_\alpha$ $tg \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ $\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$ $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$ $tg(90^\circ + \alpha) = -\frac{1}{tg \alpha}$	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ $1 + tg^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ $tg(180^\circ - \alpha) = -tg \alpha$	
---	--	--

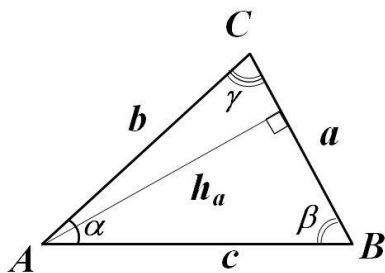
Таблиця значень тригонометричних функцій деяких кутів

α	рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	градуси	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$tg \alpha$		0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	не існує	0	не існує	0

ГЕОМЕТРІЯ

Трикутники

Довільний трикутник



$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = R$$

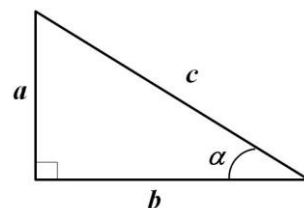
R – радіус кола, описаного навколо трикутника ABC

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a \quad S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \alpha \quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Прямокутний трикутник

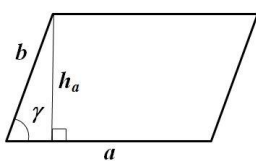
$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (теорема Піфагора)}$$

$$\frac{b}{c} = \cos \alpha \quad \frac{a}{c} = \sin \alpha \quad \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \alpha$$



Чотирикутники

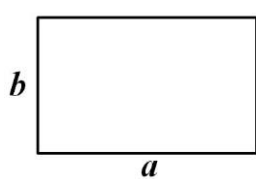
Паралелограм



$$S = ab \cdot \sin \gamma$$

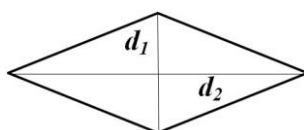
$$S = a \cdot h_a$$

Прямокутник



$$S = a \cdot b$$

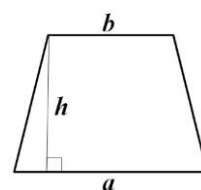
Ромб



$$S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$$

d_1, d_2 – діагоналі ромба

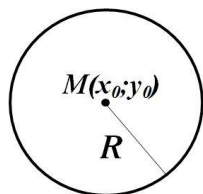
Трапеція



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

a, b – основи трапеції

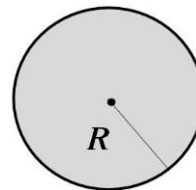
Коло



$$l = 2\pi R$$

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = R^2$$

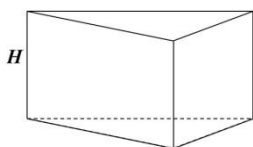
Круг



$$S = \pi R^2$$

Об'ємні фігури та тіла

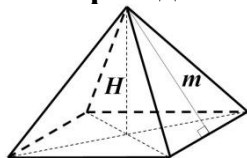
Пряма призма



$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_{\text{об}} = P_{\text{осн}} \cdot H$$

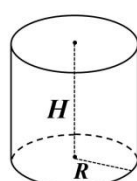
Правильна піраміда



$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_{\text{об}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot m$$

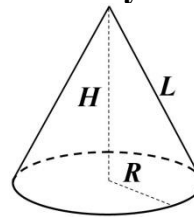
Циліндр



$$V = \pi R^2 \cdot H$$

$$S_{\text{об}} = 2\pi R \cdot H$$

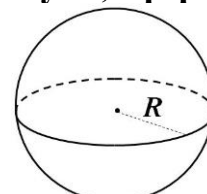
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot H$$

$$S_{\text{об}} = \pi R \cdot L$$

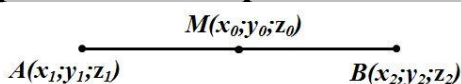
Куля, сфера



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$S = 4\pi R^2$$

Координати вектора



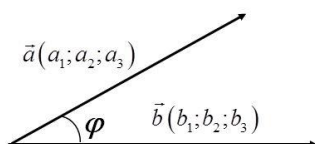
$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

$$\vec{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi$$