

## СИНТЕЗ УСТРОЙСТВА КОНТРОЛЯ МАТРИЧНЫХ БИНОМИАЛЬНЫХ АВТОМАТОВ

**В.В. Петров, аспирант,**  
*Сумский государственный университет, г. Сумы*

*В статье проведен аналитический синтез устройства контроля матричных биномиальных автоматов.*

**Ключевые слова:** *матричный биномиальный код, устройство контроля, сбои, отказы, надежность, помехоустойчивость, цифровой автомат.*

*У статті проведений аналітичний синтез пристрою контролю матричних біноміальних автоматів.*

**Ключові слова:** *матричний біноміальний код, пристрій контролю, збої, відмови, надійність, помехоустійчивість, цифровий автомат.*

### ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

С осложнением решаемых задач и успехами микроэлектроники широкое применение в радиоэлектронной аппаратуре находят цифровые устройства. Сегодня уже тяжело найти прибор, в котором отсутствуют цифровые элементы. Цифровые схемы с большой и сверхбольшой степенью интеграции (БИС и СБИС) стали основанием элементной базы современной радиоэлектронной аппаратуры. В то же время с применением цифровых БИС и СБИС возникли проблемы, связанные со специфическим поведением цифровых устройств с точки зрения надежности. Это связано с тем, что в аппаратуре встречаются стабильные (стойкие) отказы. Причиной их есть, с одной стороны, внезапные скачкообразные изменения параметров элементов (пробои, обрывы, короткие замыкания). Этот тип стойких отказов называют внезапными отказами [1]. С другой стороны, к стойким отказам приводят и медленные необратимые изменения параметров элементов (вследствие протекания физико-химических процессов деградации в материалах элементов) - это деградированные отказы [1].

В то же время для цифровых устройств характерны как стойкие отказы, так и сбои - кратковременные нарушения процесса правильного функционирования, - которые не приводят к потере трудоспособности. Необходимо отметить, что интенсивность сбоев в цифровых устройствах на 1-2 порядка выше, чем интенсивность стойких отказов [2].

В результате того, что в цифровых устройствах существуют понятия сбоев и отказов, их состояние характеризуется трудоспособным или нетрудоспособным состоянием, а также правильным (нормальным) или неправильным функционированием.

Трудоспособное состояние - такое, в котором устройство может выполнять заданные функции, сохраняя значение всех функциональных параметров в пределах, установленных нормативно-технической документацией.

Правильное функционирование - состояние, в котором устройство, что применяется по назначению, выполняет в текущий момент заданные ему алгоритмы функционирования при значениях параметров, которые отвечают установленным требованиям.

Несмотря на мнимую родственность этих понятий, между ними есть и отличия. Нарушение трудоспособного состояния вызывается стабильными отказами в то время, когда нарушение правильного функционирования вызывается сбоями, которые характерны именно для цифровых устройств. Стойкие отказы можно устранить лишь путем замены или

ремонта, когда в случае сбоев достаточно лишь восстановить обезображенную информацию.

Несмотря на достаточное количество разработанных методов повышения надежности цифровой аппаратуры [3-5], все же актуальным остаются разработка способов своевременного детектирования, оповещение и исправление неправильного функционирования цифровых устройств.

### ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Одним из методов достижения поставленной задачи является построение компонентов цифровой аппаратуры на основе помехоустойчивых кодов. В данном случае целесообразно использование матричного биномиального кода. Проверка простых ограничений, которым отвечают все разрешенные кодовые комбинации, дает информацию о классе проверяемой кодовой комбинации (класс разрешенных или класс запрещенных кодовых комбинаций) и соответственно информацию о правильном (неправильном) функционировании компонентов цифровой аппаратуры [6].

Узлы цифровой аппаратуры, построенные на основе матричного биномиального кода, получили название матричных биномиальных автоматов. К ним относятся счетные устройства, регистры и преобразователи кода. Приведенные автоматы широко применяются во всевозможных универсальных микропрограммных управляющих автоматах, устройствах связи, генераторах тактовых сигналов и т.д.

Двоичные  $x \in \{0,1\}$  матрицы

$$\begin{bmatrix} x_{01} & x_{02} & \dots & x_{0j} & \dots & x_{0k} \\ x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1j} & \dots & x_{1k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{i1} & x_{i2} & \dots & x_{ij} & \dots & x_{ik} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{(n-k)1} & x_{(n-k)2} & \dots & x_{(n-k)j} & \dots & x_{(n-k)k} \end{bmatrix},$$

удовлетворяющие свойствам 1-5, называются биномиальными числовыми матрицами (матрицами Борисенко) с параметрами  $n$  и  $k$  [6].

Все биномиальные числовые матрицы (разрешенные комбинации матричного биномиального кода) с параметрами  $n$  и  $k$  удовлетворяют ограничениям [6]:

1. В столбце матрицы может находиться не более одной 1, т.е.  $x_{ij}x_{zj} = 0$ , где  $i, z = 1, 2, \dots, n - k$ ;  $i \neq z$ .

2. Число единиц  $q_M$  в матрице не превышает значение  $k$ , а число нулей  $l_M$ :  $0 \leq q_M \leq k$ ,  $N - q_M = l_M \leq N$ .

3. Единицы в матрице в количестве от 1 до  $k$  расположены в одной или нескольких строках так, что первая из них находится в крайнем левом, а последняя - в любом последующем столбце. При этом между столбцами с единицами отсутствуют столбцы, в которых находятся нули. Это значит, что если даны начальная 1 в виде элемента  $x_{i1}$ , промежуточная в форме  $x_{i'2}$  и конечная  $x_{yj}$ , то  $x_{i1}x_{i'1} \dots x_{yj} = 1$ , где  $i, y, i' = 1, 2, \dots, n - k$ ;  $i \neq i' \neq y$ .

4. Если в  $(n - k)$ -й строке расположена последовательность единиц, то она всегда расположена в ее начальной части, начиная с элемента  $x_{(n-k)1}$  и до  $x_{(n-k)j'}$ , то произведение  $x_{(n-k)1}x_{(n-k)2} \dots x_{(n-k)j'} = 1$ , где  $j' = 1, 2, \dots, k$ .

5. Среди элементов любой диагонали матрицы, направленной слева направо, только один элемент может быть равен 1. Это значит, что произведение для всех значений  $i = 1, 2, \dots, n - k$  и  $j = 1, 2, \dots, k$ ,  $x_{ij}x_{(i+p)(j+p)} = 0$  для всех значений  $i = 1, 2, \dots, n - k$  и  $j = 1, 2, \dots, k$ , где  $p = 1, 2, \dots, n - k - i$  при  $k - j \geq n - k - i$ .

Алгоритм перебора комбинаций матричного биномиального кода состоит в последовательном заполнении единицами  $(n - k + 1)$  строк матрицы, начиная с  $(i + 1)$ -го по  $k$  разрядам, где  $i$  - количество единиц в матрице. В качестве примера приведены кодовые комбинации с

параметрами  $n = 5, k = 3$ :  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$

$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$

Невыполнение хотя бы одного из ограничений является признаком появления запрещенной комбинации.

Диапазон представляемых чисел находится как  $N_p = C_{n+1}^k$ . Для приведенного примера  $N_p = C_6^3 = 20$ .

Доля обнаруживаемых ошибочных комбинаций [7]  $D = 1 - \frac{N_p}{2^n}$ , где  $N_p$  - количество разрешенных комбинаций,  $n$  - разрядность кодовых комбинаций. Для приведенного примера  $D = 1 - \frac{20}{2^9} = 0,96$ .

### АНАЛИТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ

С целью синтеза устройства детектирования сбоев матричных биномиальных автоматов были получены достаточные ограничения, проверка которых дает информацию о классе кодовой комбинации (класс запрещенных или разрешенных комбинаций). Достаточные ограничения получены объединением и преобразованием основных ограничений. Они состоят в следующем:

1. Единицы расположены в любой строке матрицы, начиная с элемента  $\alpha_{ij}$  и до  $\alpha_{ij'}$ , так, что произведение:

$$(x_{i2}\bar{S}_{i1}) \vee (x_{i3}\bar{S}_{i2}) \vee \dots \vee (x_{ij'}\bar{S}_{i(j'-1)}) = 0, \quad (1)$$

где  $S_{ij} = x_{ij} \vee x_{(i+1)j} \vee \dots \vee x_{(n-k)j}$  - сумма единиц в столбцах матрицы,  $i = 1, 2, \dots, (n - k + 1)$ ,  $j, j' = 1, 2, \dots, k, j' \geq j$ .

2. Единицы расположены в матрице так, что в каждом столбце расположено не более одной единицы:

$$(x_{i1}S_{(i+1)1}) \vee (x_{i2}S_{(i+1)2}) \vee \dots \vee (x_{ij'}S_{(i+1)j'}) = 0, \quad (2)$$

где  $i = 1, 2, \dots, (n - k + 1)$ ,  $j, j' = 1, 2, \dots, k$ ,  $j' \geq j$ .

На основании выражений (1), (2) записано утверждение 1.

**Утверждение 1.** Все разрешенные кодовые комбинации  $N_p$  матричного биномиального кода с заданными параметрами  $n$  и  $k$  удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} (x_{i2}\bar{S}_{i1}) \vee (x_{i3}\bar{S}_{i2}) \vee \dots \vee (x_{ij'}\bar{S}_{i(j'-1)}) = 0, \\ (x_{i1}S_{(i+1)1}) \vee (x_{i2}S_{(i+1)2}) \vee \dots \vee (x_{ij'}S_{(i+1)j'}) = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где  $i = 1, 2, \dots, (n - k + 1)$ ,  $j, j' = 1, 2, \dots, k$ ,  $j' \geq j$ .

Систему (3) можно записать в более компактном виде, просуммировав первое и второе уравнения:

$$Y = \sum_{i=(n-k+1)}^{i=1} \sum_{j=2}^{j=k} x_{ij} \bar{S}_{i(j-1)} \vee \sum_{i=(n-k+1)}^{i=1} \sum_{j=1}^{j=k} x_{ij} S_{ij} = 0, \quad (4)$$

где  $Y$  - логическая функция сбоя;

$S_{ij} = x_{ij} \vee x_{(i+1)j} \vee \dots \vee x_{(n-k+1)j}$  - логическая сумма единиц в столбце матрицы;

$i = 1, 2, \dots, (n - k + 1)$ ,  $j, j' = 1, 2, \dots, k$ ,  $j' \geq j$ .

Логическая функция (4) сбоя  $Y$  принимает значение «0» в том случае, если проверяемая кодовая комбинация, отображающая состояние биномиального автомата, принадлежит к классу разрешенных и соответственно - «1», если проверяемая комбинация принадлежит к классу запрещенных кодовых комбинаций.

Запись логической функции (4) дает возможность построить устройство детектирования сбоев биномиальных автоматов. Однако такая запись функции (4) требует больших аппаратных затрат, которые проявляются в большом количестве элементов ИЛИ с большим количеством входов. Кроме того, количество входов элементов зависит от параметров кода  $n$  и  $k$ .

С целью построения устройства детектирования сбоев с применением только двух входных элементов функция логических сумм  $S_{ij}$  единиц в столбцах матрицы переписана в виде

$$\begin{cases} S_{ij} = x_{ij} \vee S_{(i+1)j}, \\ S_{(i+1)j} = x_{(i+1)j} \vee S_{(i+2)j}, \\ \dots \\ S_{(n-k)j} = x_{(n-k)j} \vee S_{(n-k+1)j}, \\ S_{(n-k+1)j} = x_{(n-k+1)j}. \end{cases} \quad (5)$$

Подставив функции логических сумм  $S_{ij}$  (5) в функцию сбоя  $Y$  (4), получим следующее выражение:

$$Y_{ij} = (x_{ij} \bar{S}_{i(j-1)}) \vee (x_{ij} S_{(i+1)j}) \vee Y_{i(j-1)},$$

где  $Y_{ij}$  - логическая функция сбоя  $ij$ -го разряда биномиального автомата;  
 $i = 1, 2 \dots (n - k + 1)$ ,  $j = 1, 3 \dots k$ .

Функция сбоя всего биномиального автомата получается суммированием логических функций ошибки  $Y_{ik}$   $k$ -х разрядов всех строк:

$$ERROR = \sum_{i=1}^{i=n-k+1} Y_{ik}. \quad (6)$$

Полученная логическая функция (6) сбоя биномиального автомата  $ERROR$  принимает значение «1» в том случае, если проверяемая комбинация, отображающая состояние компонента, принадлежит к классу запрещенных. И соответственно принимает значение «0» в том случае, если матричное биномиальное устройство функционирует правильно.

Для примера приведем функциональную схему устройства контроля сбоев. В качестве биномиального автомата рассмотрим матричный биномиальный счетчик с параметрами  $n = 3$ ,  $k = 3$ , синтезированный в [8].

Счетчик, показанный на рис. 1, содержит  $(n - k + 1) = 1$  строк, состоящих из  $k = 3$  ячеек памяти (ЯП). Счетчик содержит тактовый вход  $C$ , вход разрешения работы  $V$ , входы  $S_{11} - S_{13}$  и выходы  $S_{01} - S_{03}$  наращивания разрядности, информационные выходы  $x_{01} - x_{03}$  и выход сбоя  $Y$ .

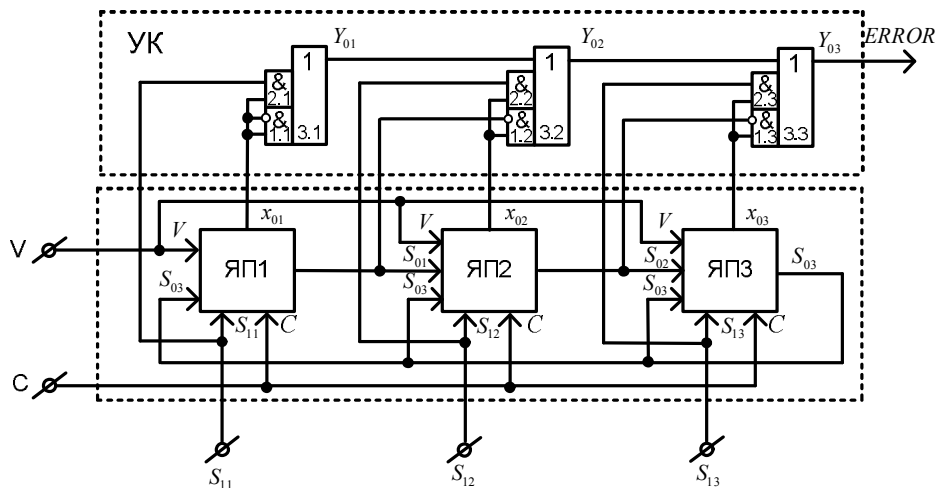


Рисунок 1 – Устройство контроля матричного биномиального счетчика

Устройство контроля УК содержит  $(n - k + 1) = 1$  каскад, состоящий из  $k = 3$  разрядов. Выход третьего  $Y_{03}$  разряда УК одновременно является выходом  $Y$  сбоя всего счетчика.

Устройство контроля содержит первые элементы И 1.1 – 1.3, вторые элементы И 2.1 – 2.3 и вторые элементы ИЛИ 3.1 – 3.3. На первые объединенные входы первых и вторых элементов И 1.1 – 1.3, 2.1 – 2.3 подан сигнал со второго выхода ЯП соответствующих разрядов. На второй вход первых элементов И 1.1 – 1.3 заведен инвертированный сигнал первого выхода предыдущей ЯП той же строки матрицы. Второй вход вторых элементов И 2.1 – 2.3 соединен с четвертым входом одноименных ЯП той же строки. Выходы первых и вторых элементов И 1.1 – 1.3, 2.1 – 2.3 заведены на первый и второй входы соответствующих вторых элементов ИЛИ 3.1 – 3.3. Выход второго элемента ИЛИ 3.1 – 3.3 каждого разряда каскада заведен на третий вход первого элемента ИЛИ 1.2 – 1.3 последующего разряда, за исключением 3-го разряда, выход второго элемента ИЛИ 3.3 которого является выходом соответствующего каскада устройства контроля ошибок.

Устройство контроля работает следующим образом.

При появлении запрещенного состояния в счетчике на выходе устройства контроля УК появится «1», которая поступит на выход  $Y$  сбоя счетчика, сигнализируя о появлении запрещенного состояния. Рассмотрим более подробно работу устройства контроля при нарушении ограничений, которым по определению соответствуют разрешенные состояния матричного счетчика.

Согласно 3, 4, 5 достаточным ограничением в строке матрицы не может находиться промежуточных нулей. Рассмотрим работу устройств контроля при появлении запрещенного состояния 011. В таком состоянии на выходе  $S_{01}$  матричного биномиального счетчика присутствует лог. «0» [8]. «0» с выхода  $S_{01}$  поступает на первый инверсный выход первого элемента И 1.2, открытого единичным сигналом с выхода  $x_{02}$ . В результате единица с выхода И 1.2 через первые элементы ИЛИ 3.2, 3.3 поступит на выход  $Y$  сбоя, сигнализируя о неправильном функционировании счетчика.

При появлении запрещенных состояний счетчика 010, 001 работа устройства контроля аналогична описанному выше.

Таким образом, устройство контроля матричного биномиального счетчика рис. 1 обнаруживает все возможные запрещенные состояния

$$N_z = 2^m - N_p = 2^3 - 4 = 3,$$

где  $m = (n - k + 1)k$  - разрядность матричного счетчика.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенной работы было синтезировано устройство детектирования сбоев матричных биномиальных автоматов. Полученное устройство позволило построить помехоустойчивые автоматы, имеющие преимущество перед целым рядом аналогичных устройств [3-5]. Основное преимущество заключается в возможности асинхронного детектирования сбоев. Асинхронное детектирование позволяет обнаруживать сбой в течение того же такта, в котором они возникли. В то время как аналогичные устройства при возникновении сбоя продолжают

функционировать еще несколько тактов, без его обнаружения. Матричные биномиальные автоматы имеют регулярную структуру и удобны для реализации на ПЛИС.

## SUMMARY

### SYNTHESIS OF THE CONTROL DEVICE OF MATRIX BINOMIAL AUTOMATS

**V.V. Petrov,**  
*Sumy State University, Sumy*

*In this paper the control device of matrix binomial automats is synthesized.*

**Key words:** *binomial matrix code, device control, malfunctions, failures, reliability, noise immunity, digital machine.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Новиков Ю.В. Основы цифровой схемотехники. - М.:Мир, 2001. - 380с.
2. Бубенников А.Н. Кремниевая наноэлектроника: новые идеи и перспективы // Электроника и связь.-2000. - №8.
3. Clock divider with error detection and reset capabilities: A. C. US6826250B2 / Mark H. Groo. - № US6826250B2; Filed: Dec. 19, 2002; Date of Patent Nov. 30, 2004.
4. Johnson counter circuit with invalid counter position detection and correction mechanism: A. C. US4993051 / Fredericus H. J. Feldbrugge, Beekbergen, - № US4993051; Filed: Feb. 8, 1989; Date of Patent Feb. 12, 1991.
5. High frequency divider state correction with data path correction: A. C. US7061284 B2 / David William Boerstler, Round Rock, Eric John Lukes, James David Storm, - № US7061284 B2; Filed: May. 20, 2004; Date of Patent Jun. 13, 2006.
6. Борисенко А.А. Введение в теорию биномиального счета: Монография. - Сумы: ИТД «Университетская книга», 2004. - 88 с.
7. Березюк Н.Т., Андрущенко А.Г., Мощицкий С.С. и др. Кодирование информации (двоичные коды) X. / Н.Т. Березюк, А.Г. Андрущенко, С.С. Мощицкий. - Харьков: Вища шк. Изд-во при Харьковском университете, 1978. - 252 с.
8. Борисенко А.А., Петров В.В. Унитарный биномиальный счетчик с переменным коэффициентом пересчета. - Сумы: СумГУ, 2009.

*Поступила в редакцию 15 апреля 2010 г.*