

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ ЧИСЛЕННОГО ИТЕРИРОВАНИЯ ЛОГИСТИЧЕСКОГО ОТОБРАЖЕНИЯ В ХАОСТИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

Витренко А.Н., *ст. преподаватель*; Рудик А.В., *студент*

Нелинейные динамические системы, а именно: маятники с периодическим возбуждением, текущие или подогреваемые снизу жидкости, Солнечная система, бильярды Синая, лазеры, химические реакции, биологические популяции, и др. – могут демонстрировать хаотическое поведение [1]. Оно вызвано экспоненциально быстрой расходимостью изначально близких траекторий в ограниченном фазовом объеме. Конечная точность измерений, приводящая к погрешностям в начальных условиях, делает практически невозможным длительное прогнозирование хаотического поведения.

При исследовании хаотических динамических систем численными методами начальные условия могут быть заданы точно (например, для конечных двоичных дробей), но численный счет содержит ошибки округлений. Представляет интерес для численного эксперимента оценить границу предсказуемости хаотического поведения системы. Как известно из [2], если мантисса двоичного числа N , то для хаотической траектории начальные условия полностью забываются примерно через N итераций. Цель нашей работы – проиллюстрировать данное утверждение на конкретном примере.

Рассматривается логистическое отображение, описывающее динамику численности биологической популяции. Для частного случая этой системы известно точное решение (см., например, [3]). Численный эксперимент проводится в среде Delphi 7. Поочередно используются типы действительных чисел: Single, Double, Extended, для которых двоичная мантисса равна 23, 52, 64, соответственно. Сравнение численных и точных значений отображения для заданного начального условия показывает, что с относительной погрешностью не более 5% выполняется 25, 55, 60 итераций, соответственно.

1. С.П. Кузнецов, Динамический хаос (М.: Физматлит: 2001).
2. А. Лихтенберг, М. Либерман, Регулярная и стохастическая динамика (Череповец: Меркурий-ПРЕСС: 2000).
3. W.-H. Steeb, et al, The Nonlinear workbook (World Scientific: 2008).